

Egy tetszőleges  $O$  pontból indítsunk helyvektorokat a szereplő pontokhoz, és jelöljük ezeket a megfelelő kisbetűkkel. Egy  $XYZV$  négyszög pontosan akkor paralelogramma, ha  $\mathbf{x} - \mathbf{y} = \mathbf{v} - \mathbf{z}$ , mert ez az egyenlőség azt fejezi ki, hogy az  $XY$  és a  $VZ$  oldalak párhuzamosak és egyenlő hosszúak. Mivel az  $A_1A_2A_3A_4$ ,  $B_1B_2B_3B_4$  és  $C_1C_2C_3C_4$  négyszögek paralelogrammák, ezért

$$\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_4 - \mathbf{a}_3, \quad \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_4 - \mathbf{b}_3, \quad \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2 = \mathbf{c}_4 - \mathbf{c}_3.$$

E három egyenletet összeadva, majd 3-mal elosztva kapjuk, hogy

$$\frac{\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 + \mathbf{c}_1}{3} - \frac{\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2 + \mathbf{c}_2}{3} = \frac{\mathbf{a}_4 + \mathbf{b}_4 + \mathbf{c}_4}{3} - \frac{\mathbf{a}_3 + \mathbf{b}_3 + \mathbf{c}_3}{3}.$$

viszont  $S_i$  az  $A_iB_iC_i$  háromszög súlypontja, ezért  $\mathbf{s}_i = \frac{\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i + \mathbf{c}_i}{3}$ . Tehát  $\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2 = \mathbf{s}_4 - \mathbf{s}_3$ , amiből következik, hogy az  $S_1S_2S_3S_4$  négyszög is paralelogramma.

*Megjegyzés.* Ugyanígy látható, hogy  $n$  darab paralelogramma megfelelő csúcsai által alkotott 4 darab  $n$ -szög súlypontjai is paralelogrammát alkotnak.

