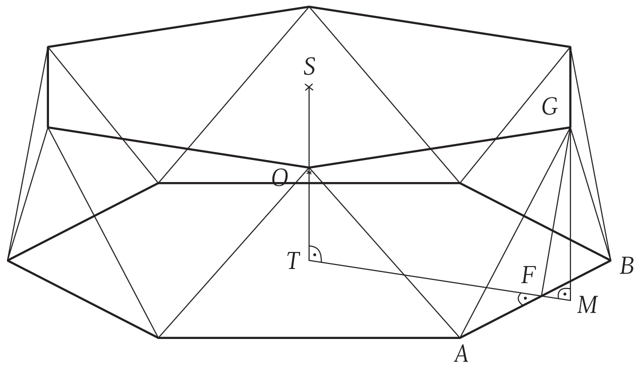
Mivel a hatszögek síkjai párhuzamosak, azért minden háromszög pontosan az egyik hatszöggel érintkezik élben, harmadik csúcsa pedig egybeesik a vele élben nem érintkező hatszög egy csúcsával. Ezért egyetlen, a feltételeknek megfelelő test van, ez látható az *ábrán* (a következő oldalon).




A háromszögek szabályossága miatt a hatszögek minden csúcsára igaz, hogy a másik hatszög két csúcsától egyenlő – egységnyi – távolságra van, azaz benn van a másik hatszög egy élének felező merőleges síkjában. Így ezek a felező merőleges síkok a két hatszög középpontját összekötő egyenesben metszik egymást. Ez az egyenes merőleges a hatszögek síkjaira, ezért a két hatszög középpontját összekötő szakasz felezőpontja a test minden csúcsától egyenlő távolságra van. Ezzel beláttuk, hogy a test köré gömb írható.

Jelöljük a hatszögek középpontját $T$-vel és $S$-sel, $TS$ felezőpontját – ami a gömb középpontja – $O$-val, a $T$ középpontú hatszög két szomszédos csúcsát $A$-val és $B$-vel, az $AB$ élt tartalmazó háromszöglap harmadik csúcsát $G$-vel, $G$ merőleges vetületét az $ABT$ síkon $M$-mel, végül $AB$ felezőpontját $F$-fel. Ekkor $TF = GF = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (egységnyi oldalú szabályos háromszög magassága), $FM = TM - TF = SG - TF = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$. A $GMF$ háromszög derékszögű, mert $GM$ merőleges a $TAB$ síkra, ezért merőleges annak $FM$ egyenesére is. Így alkalmazhatjuk Pitagorasz tételét: $GM = \sqrt{GF^2 - FM^2} = \sqrt{\sqrt{3} - 1}$. A hatszögek síkjainak párhuzamossága miatt $ST = GM$, tehát $OT = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{3} - 1}$. Végül a keresett sugarat az $OTA$ derékszögű háromszögből határozhatjuk meg, ugyancsak Pitagorasz tételével:

$$OA = \sqrt{OT^2 + TA^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(\sqrt{3} - 1) + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{3 + \sqrt{3}}.$$

Tehát a test köré gömb írható, és annak sugara $\frac{1}{2}\sqrt{3 + \sqrt{3}} \approx 1,088$.

*Hajdufi Péter* (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján