Tegyük föl, hogy a két függvény közül valamely x-re $f_1(x)$ a kisebbik: mivel grafikonjaik nem metszik egymást, ezért ekkor ez minden x-re teljesül, azaz $f_1(x) < f_2(x)$.

Válasszunk egy tetszőleges $0 < \alpha < 1$ számot. Ekkor a

$$g(x) = \alpha f_1(x) + (1-\alpha) f_2(x)$$

függvényre

$$f_1(x) < g(x) < f_2(x)$$

teljesül, tehát az $f_1(x)$ és $f_2(x)$ grafikonját a $g(x)$ grafikonja elválasztja egymástól.

Megmutatatjuk, hogy α megválasztható úgy, hogy $g(x)$ grafikonja egyenes legyen. Induljunk ki az

$$f_1(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1 \qquad \text{és} \qquad f_2(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$$

egyenletekből. Szorozzuk meg a_2-vel az elsőt, a_1-gyel a másodikat, majd vonjuk ki őket egymásból:

$$a_2f_1(x) - a_1f_2(x) = (b_1a_2 - b_2a_1)x + c_1a_2 - c_2a_1;$$
$$\frac{a_2}{a_2-a_1}f_1(x) + \frac{-a_1}{a_2-a_1}f_2(x) = \frac{b_1a_2 - b_2a_1}{a_2-a_1}x + \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_2-a_1}.$$

Mivel $a_1a_2 < 0$, azért $a_2 - a_1 \neq 0$, $\dfrac{a_2}{a_2-a_1} > 0$, $\dfrac{-a_1}{a_2-a_1} > 0$, valamint

$$\frac{a_2}{a_2-a_1} + \frac{-a_1}{a_2-a_1} = 1.$$

Tehát az $\alpha = \dfrac{a_2}{a_2-a_1}$ választással

$$g(x) = \frac{b_1a_2 - b_2a_1}{a_2-a_1}x + \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_2-a_1}$$

valóban egyenes.

Prohászka Benedek (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján