Először megmutatjuk, hogy bármely kijelölt R részhalmaznak pontosan m eleme van. Mivel R valódi részhalmaz, azért létezik egy benne nem lévő p elem. Minden $q \in R$ elemnek megfeleltetve az (a) szerint egyértelműen létező, p-t és q-t tartalmazó S kijelölt részhalmazt, kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést kapunk R elemei és a p-t tartalmazó, R-t metsző kijelölt részhalmazok közt. Tehát minden kijelölt részhalmaz m elemet tartalmaz.

A (b) feltételből következik, hogy minden p elemet pontosan $m+n$ kijelölt részhalmaz tartalmaz. Rögzítsük most H-nak egy r elemét. Az r-től különböző elemek mindegyike – (a) miatt – pontosan egy r-t tartalmazó részhalmazhoz tartozik hozzá. Az r-t $m+n$ részhalmaz tartalmazza, és ezek mindegyikében $m-1$ darab r-től különböző elem van; ezért H-nak összesen $h = 1 + (m+n)(m-1)$ eleme van.

A kijelölt részhalmazok száma legyen k. Számoljuk össze azon (p, R) párokat, ahol p a H-nak egy eleme, R egy kijelölt részhalmaz, és $p \in R$. Mivel h elemünk van, és mindegyik $m+n$ részhalmazban van benne, azért az ilyen párok száma $h(m+n)$. A számolást viszont úgy is elvégezhetjük, hogy a k darab kijelölt részhalmaz mindegyike m elemet tartalmaz, ezért a párok száma $k \cdot m$. A kétféle számolás eredményének meg kell egyeznie, ezért $k \cdot m = h(m+n)$, ahonnan kapjuk, hogy

$$k = \frac{h(m+n)}{m} = \frac{[1+(m+n)(m-1)]\,(m+n)}{m}.$$

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A feladathoz nem tartozott hozzá annak vizsgálata, hogy léteznek-e a feltételeknek eleget tevő H halmazok. A megoldásból látszik – hiszen k-nak egész számnak kell lennie –, hogy nem minden $(m;n)$ párhoz van H. A létezés szükséges feltétele, hogy $m \mid n(n-1)$; általában azonban a létezés kérdése megoldatlan probléma. Az ábrákon két egyszerű példát mutatunk. H elemeit pontokkal (P_1, P_2, …) jelöljük, a kitüntetett részhalmazok kételeműek, ezeket úgy adjuk meg, hogy a részhalmazt alkotó két pontot egy egyenessel összekötjük. Az $m=n=3$ esetén is létezik H (13 elemet tartalmaz, és 26 részhalmazt kell kijelölnünk), ennek megadása azonban már nem ilyen egyszerű.