Jelöjük AD és BC metszéspontját N-nel, AL és KC metszéspontját M-mel – mivel $AB \neq CD$, ezek a metszéspontok léteznek –, a kör BC és AD oldalon lévő érintési pontjai pedig legyenek P és Q. A trapéz csúcsaiból a beírt körhöz húzható érintőszakaszok hosszát jelöljük az *1. ábrán* látható módon x, y, z és v-vel.

Mivel $AB \parallel CD$, azért KL a beírt körnek átmérője, a $KBCL$ négyszög pedig derékszögű trapéz. Messe a C-n átmenő, KL-lel párhuzamos egyenes KB-t T-ben. Ekkor CTB derékszögű háromszög, $CB = x + y$, $TB = |y - x|$ (*2. ábra*). Pitagorasz tétele szerint $KL = CT = \sqrt{(x+y)^2 - (x-y)^2} = 2\sqrt{xy}$. Ugyanezt a gondolatmenetet a $KLDA$ trapézra alkalmazva kapjuk, hogy $KL = 2\sqrt{vz}$. Tehát $xy = vz$.

Jelöljük az M és N pontok CD egyenestől való távolságát m-mel, illetve n-nel. Az AKM és az LCM háromszögek nyilvánvalóan hasonlóak, ezért M-hez tartozó magasságaik aránya megegyezik M-mel szemközti oldalaik arányával:

$$\frac{m}{m+KL} = \frac{LC}{AK} = \frac{x}{z}.$$

Az ABN és a DCN háromszögek hasonlóságából pedig azt kapjuk, hogy

$$\frac{n}{n+KL} = \frac{CD}{AB} = \frac{x+v}{y+z}.$$

Viszont $xy = zv$ miatt $\frac{x}{z} = \frac{x+v}{y+z}$, így

$$\frac{m}{m+KL} = \frac{n}{n+KL}.$$

Ebből viszont következik, hogy $m = n$.

Ezzel beláttuk, hogy MN párhuzamos a trapéz alapjaival.

Lippner Gábor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn,. II. o.t.)