

Jelöljük k középpontját K -val, a P -ből k -hoz húzott érintők érintési pontjait E_1 -gyel és E_2 -vel, PK és E_1E_2 metszéspontját pedig R -rel. Legyen g egy tetszőleges, k -ra illeszkedő gömb, jelöljük g középpontját O_g -vel, a P -ből g -hez húzott érintők érintési pontjai által meghatározott kört k_g -vel, k_g középpontját pedig K_g -vel.

Mivel g tartalmazza k -t, ezért az O_gK egyenes merőleges k síkjára. Így az O_gKP sík is merőleges k síkjára. Az O_gKP sík szimmetriasíkja k_g -nek, ezért tartalmazza K_g -t. A PK_g egyenes nyilván merőleges k_g síkjára, ezért merőleges az abban levő RK_g egyenesre is. Tehát az RK_gP háromszög derékszögű. Így K_g rajta van a k síkjára merőleges síkban lévő RP átmérőjű körön. Megmutatjuk, hogy ennek a körnek minden P -től különböző Q pontja előáll egy megfelelő kör középpontjaként. A k síkjára K -ban állított merőleges egyenes és PQ metszéspontja – ami mindig létezik, mert a két egyenes egy síkban van és nem párhuzamos – legyen O_Q . Az előző gondolatmenet megfordításával belátható, hogy az O_Q középpontú k -t tartalmazó gömbhöz P -ből húzott érintők érintési pontjai által alkotott kör középpontja éppen Q .

Tehát a keresett mértani hely a k síkjára merőleges síkban lévő PR átmérőjű kör, kivéve a P pontot.

Bartha Sándor (Veszprém, Lovassy L. Gimn., III. o.t.)