Írjuk föl a számtani és mértani közép közti egyenlőtlenséget az $a_1 = n+1$, $a_2 = a_3 = \dots = a_k = 1$ számokra:

$$\sqrt[k]{n+1} \le \frac{n+1+k-1}{k} = \frac{n+k}{k}. \tag{1}$$

Az egyenlőtlenséget legalább két számra alkalmaztuk (hiszen $k > 1$), és azok nem lehetnek mind egyenlőek (mert $n+1 \ge 3 > 1$), ezért (1)-ben szigorú egyenlőtlenség áll. Átrendezve;

$$\frac{1}{\sqrt[k]{n+1}} > \frac{k}{n+k}.$$

Az n és k szerepét felcserélve:

$$\frac{1}{\sqrt[n]{k+1}} > \frac{n}{n+k}.$$

Ezt a két egyenlőtlenséget összeadva éppen a bizonyítandót kapjuk. Sőt még az is látható, hogy a szigorú egyenlőtlenség akkor is fönnmarad, ha n és k valamelyike 1; az $n = k = 1$ esetben viszont már egyenlőség áll.

Katona Zsolt (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján