Tételezzük fel, hogy az a, b, c egészekre

$$\sqrt[3]{4}a + \sqrt[3]{2}b = -c. \tag{1}$$

(1)-et négyzetre emelve:

$$2\sqrt[3]{2}a^2 + \sqrt[3]{4}b^2 + 4ab = c^2 \tag{2}$$

adódik.

Az (1) $2a^2$-szereséből vonjuk ki (2) b-szeresét.

$$2\sqrt[3]{4}a^3 - \sqrt[3]{4}b^3 - 4ab^2 = -2ca^2 - c^2b.$$

Rendezve:

$$\sqrt[3]{4}(2a^3 - b^3) = 4ab^2 - 2a^2c - bc^2.$$

Tegyük fel, hogy $2a^3 - b^3 \neq 0$. Ekkor

$$\sqrt[3]{4} = \frac{4ab^2 - 2a^2c - bc^2}{2a^3 - b^3}.$$

A fenti egyenlőség jobb oldalán csak racionális szám állhat. De $\sqrt[3]{4}$ irracionális, így ellentmondásra jutottunk. Tehát

$$2a^3 - b^3 = 0.$$

Ekkor vagy $\dfrac{b}{a} = \sqrt[3]{2}$ vagy $a = b = 0$.

$\sqrt[3]{2}$ azonban irracionális, így csak az $a = b = 0$ eset állhat fenn. Ebből (1) szerint c értéke is 0.

Vaik Zsuzsanna (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján