Először azt bizonyítjuk be, hogy ha k 4-nél nagyobb, akkor $11^k > 10^k + 9^k + 1^k$. Ez ekvivalens azzal, hogy

$$1 > \left(\frac{10}{11}\right)^k + \left(\frac{9}{11}\right)^k + \left(\frac{1}{11}\right)^k.$$

Felhasználva azt, hogy az $x \mapsto a^x$ függvény szigorúan monoton csökken, ha $0 < a < 1$, kapjuk:

$$\left(\frac{10}{11}\right)^k \le \left(\frac{10}{11}\right)^5 < 0,621, \quad \left(\frac{9}{11}\right)^k \le \left(\frac{9}{11}\right)^5 < 0,367, \quad \left(\frac{1}{11}\right)^k \le \left(\frac{1}{11}\right)^5 < 0,001,$$

$k \ge 5$ esetén. Innen:

$$\left(\frac{10}{11}\right)^k + \left(\frac{9}{11}\right)^k + \left(\frac{1}{11}\right)^k < 0,621 + 0,367 + 0,001 = 0,989 < 1.$$

Tehát, ha $k \ge 5$, akkor $5^k + 6^k + 11^k > 10^k + 9^k + 1$. Vagyis a feladatnak csak 0, 1, 2, 3 vagy 4 lehet a megoldása. Ezt az öt esetet ellenőrizve $k = 0$, 2, 4-et kapjuk megoldásként.

Jáger Márta (Budapest, Veres Pálné Gimn., IV. o.t.) dolgozata alapján