A formula szimmetriája miatt feltehetjük, hogy: $A^2+B^2\geq C^2+D^2$.

Ekkor azt kell bizonyítani, hogy: $A^2+B^2-C^2-D^2\leq 2AB+2CD$. Rendezve:

$$0\leq C^2+D^2+2CD-(A^2+B^2-2AB)=(C+D+A-B)(C+D-A+B).$$

Jelölje a tetraéder térfogatát V, beírt gömbjének sugarát r, a lapokhoz tartozó magasságokat pedig m_a, m_b, m_c, m_d. Ekkor $3V=r(A+B+C+D)$.

Egy tetraéderben a beírt gömb átmérője kisebb mindegyik magasságnál, mert egy laptól a szemközti csúcs távolabb van, mint a gömb bármely pontja.

Így $2r\leq m_a$, azaz

$$A\cdot m_a=3V=r(A+B+C+D)\leq\frac{m_a}{2}(A+B+C+D), 2A\leq A+B+C+D, 0\leq C+D-A+B.$$

Hasonlóan igazolható, hogy $0\leq C+D+A-B$.

Innen: $0\leq(C+D-A+B)(C+D+A-B)$, ami éppen a bizonyítandó állítással egyenértékű.

Szabó Gábor (Bonyhád, Petőfi S. Evang. Gimn., III. o.)

Megjegyzés. Terék Zsolt (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.) merőleges vetítésekkel, *Jalsovszky Tamás* (Révkomárom, Ipari Középiskola) pedig a tetraéder hozzáírt gömbjeinek segítségével oldotta meg a feladatot.