

Az, hogy a polinom legfeljebb másodfokú, azt jelenti, hogy alkalmas A, B, C, D, E, F valós (nem feltétlenül egész!) számokkal

$$P(x; y) = Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F.$$

Behelyettesítéssel könnyen ellenőrizhető, hogy

$$P(1; 1) - 2P(1; 2) + P(1; 3) - 2P(2; 1) + 4P(2; 2) - \\ - 2P(2; 3) + P(3; 1) - 2P(3; 2) + P(3; 3) = 0.$$

Ebben az összegben csak egész számok szerepelnek, és mindegyik együttható 3-mal osztva 1 maradékot ad. Ebből következik, hogy

$$0 = P(1; 1) - 2P(1; 2) + P(1; 3) - 2P(2; 1) + 4P(2; 2) - \\ - 2P(2; 3) + P(3; 1) - 2P(3; 2) + P(3; 3) \equiv \\ \equiv P(1; 1) + P(1; 2) + P(1; 3) + P(2; 1) + P(2; 2) + P(2; 3) + P(3; 1) + P(3; 2) + P(3; 3) = \\ = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 10 = 46 \pmod{3}.$$

Ez viszont ellentmondás. Nem létezik tehát a feltételeknek megfelelő polinom.

Megjegyzés. Akik feltételezték, hogy a polinom együtthatói egészek, 2 pontot kaptak.