A kijelölt n pont legyen a derékszögű koordináta-rendszer n rácspontja. Ekkor a pontok koordinátái egész számok. A koordináták paritása alapján a pontokat négy osztályba soroljuk:

1. Mindkét koordináta páros, az osztályba tartozó pontok száma n_1,
2. az első koordináta páros, a második páratlan, a pontok száma n_2,
3. az első koordináta páratlan, a második páros, a pontok száma n_3,
4. mindkét koordináta páratlan, a pontok száma n_4.

Nyilván $n_1+n_2+n_3+n_4=n$, és az is világos, hogy az egy osztályba tartozó pontpárok „jó" szakaszokat határoznak meg, két különböző osztályba tartozó pont pedig nem.

Nézzük most példaként azt az esetet, amikor $n_1 \geq n_2+2$. Hagyjunk el az első osztályból egy pontot, és helyette vegyünk fel egy új pontot a második osztályba. Így az első osztályban n_1-1 „jó" szakasszal kevesebb lesz, a másodikban pedig n_2-vel több. Ezért a „jó" szakaszok száma változatlan n mellett csökkent. Ugyanezt mondhatjuk el bármilyen $n_i \geq n_j+2$ $(i,\, j=1,\, 2,\, 3,\, 4;\ i \neq j)$ esetén. Minimális számú „jó" szakaszt tehát akkor kapunk, ha $|n_i-n_j|<2$.

Ezek szerint, ha $n=4k$ (k pozitív egész), akkor a legkevesebb „jó" szakasz az $n_1=n_2=n_3=n_4=k$ esetben lesz, és a „jó" szakaszok száma: $4\binom{k}{2}$. Ez n-nel kifejeze: $\dfrac{n(n-4)}{8}$.

Ha $n=4k+1$, akkor a „jó" szakaszok száma úgy lesz minimális, ha három osztály mindegyikében k darab pont van, egyben pedig $k+1$, a „jó" szakaszok száma most $3\binom{k}{2}+\binom{k+1}{2}=\dfrac{(n-1)(n-3)}{8}$.

Az $n=4k+2$ esetben az előbbihez hasonlóan a „jó" szakaszok számának minimuma: $2\binom{k}{2}+2\binom{k+1}{2}=\dfrac{(n-2)^2}{8}$.

Végül az $n=4k+3$ esetben: $\binom{k}{2}+3\binom{k+1}{2}=\dfrac{n-1)(n-3)}{8}$.

Zakariás Ildikó Székesfehérvár, (Teleki Blanka Gimn., III.o.t.)

Megjegyzés: A függvény megfogalmazható az r-dimenziós tér pontpárjai meghatározta szakaszokra is. Ekkor egy osztályba soroljuk azokat a rácspontokat, amelyek első, második, stb. koordinátája azonos paritású. Ezért összesen 2^r osztály lesz. Egy szakasz akkor és csak akkor lesz „jó", ha végpontjai ugyanabba az osztályba tartoznak. Minimális számú „jó" szakaszt kapunk, ha $|n_i-n_j|<2$ $(i,\, j=1,\, 2,\, \ldots,\, 2^r;\ i \neq j)$, $n_1+n_2+\cdots+n_{2^r}=n$. A további számolások ugyanúgy végezhetők, mint az eredeti feladatban.