I. megoldás. Felhasználjuk, hogy

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1, \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x, \cos 4x = 8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1.$$

Helyettesítsük be ezeket az azonosságokat az egyenletbe:

$$\cos x - \left(2\cos^2 x - 1\right) + \left(4\cos^3 x - 3\cos x\right) - \left(8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1\right) = \frac{1}{2},$$

azaz

$$16\cos^4 x - 8\cos^3 x - 12\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 0.$$

Ha $\cos x = \frac{1}{2}$, akkor ez az egyenlet teljesül. Emeljük ki a $\cos x - \frac{1}{2}$ gyöktényezőt:

$$\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)\left(8\cos^3 x - 6\cos x - 1\right) = 0.$$

A második tényezőben nem más áll, mint $2\cos 3x - 1$. Az egyenlet tehát akkor teljesül, ha $\cos x = \frac{1}{2}$ vagy $\cos 3x = \frac{1}{2}$. Az első esetben $x = \pm\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi$, a másodikban $3x = \pm\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi$; ez utóbbit 3-mal osztva $x = \pm\frac{\pi}{9} + k \cdot \frac{2\pi}{3}$.

II. megoldás. Látható, hogy az egyenlet nem teljesül, ha $\sin x = 0$, azaz $\cos x = 1$ vagy $\cos x = -1$. (Ilyenkor a bal oldalon egész szám áll, a jobb oldalon pedig nem.)Ezt figyelembe véve, szorozzuk meg az egyenletet $2\sin x$-szel, és alakítsuk át a $2\cos u \sin v = \sin(u+v) - \sin(u-v)$ azonosság felhasználásával:

$$(\sin 2x - \sin 0) - (\sin 3x - \sin x) + (\sin 4x - \sin 2x) - (\sin 5x - \sin 3x) = \sin x.$$

Rendezve:

$$\sin 4x = \sin 5x.$$

Ez akkor teljesül, ha $4x = 5x + k \cdot 2\pi$ vagy $4x = \pi - 5x + k \cdot 2\pi$. Az első esetben $x = k \cdot 2\pi$, ami nem lehetséges a $\sin x \neq 0$ kikötés miatt. A második esetben $x = \frac{2k+1}{9}\pi$, ami $x = \pm\frac{\pi}{9} + l \cdot 2\pi$, $x = \pm\frac{\pi}{3} + l \cdot 2\pi$, $x = \pm\frac{5\pi}{9} + l \cdot 2\pi$ és $x = \pm\frac{7\pi}{9} + l \cdot 2\pi$ esetén lehetséges. (Az $x = (2l+1)\pi$ esetet ismét kizárja a $\sin x \neq 0$ feltétel.)