

A definíció alapján a sorozat pozitív tagú, és szigorúan monoton nő. Ugyancsak a definíció alapján, ha $n \geq 2$, akkor

$$a_n = a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-2}} = a_{n-2} + \frac{1}{a_{n-3}} + \frac{1}{a_{n-2}} = \dots = a_1 + \frac{1}{a_0} + \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_{n-2}} \geq n \cdot \frac{1}{a_n}.$$

Ez átrendezve $a_n^2 \geq n$, ami éppen az állítás.

Az $n = 0$ és $n = 1$ esetre az állítás behelyettesítéssel ellenőrizhető.

Megjegyzés. A rekurziós kifejezést négyzetre emelve kapjuk, hogy $n \geq 2$ esetén

$$a_{n+1}^2 = a_n^2 + 2 \frac{a_n}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_{n-1}^2} = a_n^2 + 2 \frac{a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-2}}}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_{n-1}^2} = a_n^2 + 2 + \frac{2}{a_{n-1}a_{n-2}} + \frac{1}{a_{n-1}^2}.$$

Ebből nem nehéz igazolni, hogy $n \geq 2$ esetén

$$2n \leq a_n^2 < 2n + \ln n + 1.$$