

Jelölje A, B, C, D a gúla csúcsait, ABC az alapháromszög, amelyről tudjuk, hogy szabályos, D a negyedik csúcs. Az oldallapok hajlásszögét a két sík metszésvonalának egy pontjában a metszésvonalra állított merőleges egyenesek szöge méri. Állítsunk A -ból és B -ből merőlegeseket a CD élre; mivel a gúla szabályos, az AB él felezőpontján és a CD élen átfektetett sík a gúla szimmetriasíkja, s így a két merőleges egy közös E pontban metszi a CD élt. Az $\angle AEB = 120^\circ$.

A szimmetria miatt AEB egy 120° -os egyenlő szárú háromszög, amelynek alapja egységnyi. Az AE oldal hosszát könnyen ki tudjuk számítani:

Húzzuk meg az EF magasságot, és vegyük észre, hogy az AEF egy szabályos háromszög fele, amelynek magassága $\frac{1}{2}$, s mivel tudjuk, hogy a szabályos háromszögben a magasság az oldal $\frac{\sqrt{3}}{2}$ -szerese, felírhatjuk, hogy $\frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, ahonnan $AE = a = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Ennek ismeretében az ACE derékszögű háromszögből

$$EC = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

A CD él kiszámítására sokféle lehetőségünk van (pl. hasonlóság, Pitagorasz-tétel stb.).

Az ADC háromszög egyenlő szárú (mivel a gúla szabályos). Jelölje x a CD él hosszát, a D pont merőleges vetülete az AC -re legyen D' , az E vetülete az AC -re E' .

Mivel $AE' = \frac{\sqrt{3}}{3} < EC = \frac{\sqrt{6}}{3}$, azért E' közelebb van A -hoz, mint D' , ami egyben felezőpontja AC -nek, vagyis E a C -től távolabb van, mint D . Az ADE háromszögben felírhatjuk Pitagorasz tételét:

$$\left(x - \frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = x^2,$$

ahonnan a gúla élére $x \frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0,6123$ egység adódik.

Megjegyzések. A hiányos dolgozatok nagy része onnan adódott, hogy sokan csak ábrákat rajzoltak és számításokat végeztek, de hiányzott annak indoklása, hogy miért éppen azt számolták. Csak nagyon kevesen írták le a két sík hajlásszögének definícióját, vagy hogy esetünkben a két merőleges miért találkozik egy pontban.

Sokan számoltak koszinusztétellel vagy használtak szögfüggvényeket. Természetesen, ha megoldásuk egyébként jó volt, ők is megkapták a maximális pontot. De a megoldások során törekedjünk egyszerűsége, ahol lehet elemi módon számolni, nem érdemes elbonyolítani a számolásokat, mert esetleg úgy könnyebben hibázhatunk.