

Az ABC derékszögű háromszög beírt körének középpontját jelöljük O -val, szögeit a szokásos módon α , β , γ -val, ahol $\gamma = 90^\circ$. A beírt kör érintési pontja az AB oldalon E , a BC -n F , a CA -n G .

Az OFG háromszög területe: $t_1 = \frac{\varrho^2}{2}$. Az $OFBE$ négyszögben $OFB \sphericalangle = OEB \sphericalangle = 90^\circ$, ezért $FOE \sphericalangle = 180^\circ - \beta$.

Így az OFE háromszög területe (a jól ismert területképlet alapján) $t_2 = \frac{\varrho^2 \sin(180^\circ - \beta)}{2}$.

Hasonlóképpen az OGE háromszög területe: $t_3 = \frac{\varrho^2 \sin(180^\circ - \alpha)}{2}$.

Az érintési pontok által meghatározott háromszög t területére:

$$(1) \quad t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{\varrho^2}{2} + \frac{\varrho^2 \sin(180^\circ - \beta)}{2} + \frac{\varrho^2 \sin(180^\circ - \alpha)}{2} = \frac{\varrho^2}{2}(1 + \sin \alpha + \sin \beta)$$

(hiszen pl. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$).

Az ABC derékszögű háromszögből $\sin \alpha = \frac{a}{c}$, $\sin \beta = \frac{b}{c}$, ezt (1)-be beírva

$$(2) \quad t = \frac{\varrho^2}{2} \left(\frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{c}{c} \right) = \frac{\varrho^2}{c} \left(\frac{a+b+c}{2} \right).$$

Ismeretes továbbá, hogy az a , b , c oldalú háromszög T területe és beírt körének ϱ sugara között fennáll a következő összefüggés: $T = \frac{(a+b+c)\varrho}{2}$. Ezt behelyettesítve (2)-be: $t = \frac{\varrho}{c}T$, éppen amit bizonyítani akartunk.

