Tegyük fel, hogy van olyan x, y pozitív egész szám, amelyre teljesül, hogy

$$n+1=x^2 \qquad \text{és} \qquad 4n+1=y^2.$$

Fejezzük ki n-et az első egyenletből, és helyettesítsük be a kapott kifejezést a második egyenletbe:

$$4(x^2-1)+1=y^2,$$

rendezve az egyenletet

$$4x^2-y^2=3.$$

Alakítsuk a bal oldalt szorzattá:

$$(2x+y)(2x-y)=3;$$

itt $2x+y>0$ miatt $2x-y=\dfrac{3}{2x+y}>0$.

Mivel 3 csak egyféleképpen bontható fel két pozitív egész szám szorzatára, ezért

$$\text{vagy} \quad 2x+y=1 \text{ és} 2x-y=3, \qquad \text{vagy} \quad 2x+y=3 \text{ és} 2x-y=1.$$

Az első esetben $x=1$, $y=-1<0$, a második esetben $x=1$, $y=1$, amiből $n=0$ következik, ez nem pozitív egész.

Tehát $n+1$ és $4n+1$ nem lehetnek egyszerre négyzetszámok.