Írjuk fel a sorozat néhány tagját, felhasználva a képzési szabályt:

$$a_1 = \frac{a_1}{1+0\cdot a_1} = a_1, \quad a_2 = \frac{a_1}{1+a_1}, \quad a_3 = \frac{a_1}{1+2a_1}, \quad \dots$$

Az előbb kapott kifejezéseket (2) bal oldalába helyettesítve kapjuk, hogy

$$a_1\frac{a_1}{1+a_1} + \frac{a_1}{1+a_1}\cdot\frac{a_1}{1+2a_1} + \dots + \frac{a_1}{1(n-2)a_1}\cdot\frac{a_1}{1+(n-1)a_1} =$$
$$= a_1\left(\frac{a_1}{1+a_1} + \frac{1}{1+a_1}\cdot\frac{a_1}{1+2a_1} + \dots + \frac{1}{1+(n-2)a_1}\cdot\frac{a_1}{1+(n-1)a_1}\right).$$

Vegyük észre, hogy a zárójelben szereplő szorzatok felírhatók két tört különbségeként, pl.

$$\frac{1}{1+a_1}\cdot\frac{a_1}{1+2a_1} = \frac{1}{1+a_1} - \frac{1}{1+2a_1}.$$

Ezt felhasználva kifejezésünk tovább alakítható:

$$a_1\Big(1 - \frac{1}{1+a_1} + \frac{1}{1+a_1} - \frac{1}{1+2a_1} + \frac{1}{1+2a_1} - \frac{1}{1+3a_1} + \dots$$
$$\dots + \frac{1}{1+(n-2)a_1} - \frac{1}{1+(n-1)a_1}\Big) =$$
$$= a_1\left(1 - \frac{1}{1+(n-1)a_1}\right) = a_1\frac{(n-1)a_1}{1+(n-1)a_1} = a_1a_n(n-1),$$

hiszen $\frac{a_1}{1+(n-1)a_1}$ éppen a_n.

Ezzel az állítást igazoltuk.

Kunszenti-Kovács Dávid (Oslo, Lycée Francais René Cassin, 5. o.t.)