Rajzoljunk először egy tetszőleges trapézt. Hosszabbik párhuzamos oldala $AB=a$, rövidebbik párhuzamos oldala $CD=b$. Fejezzük ki az átlók metszéspontján átmenő, az alapokkal párhuzamos szakasz hosszát a-val és b-vel.

Jelölje az átlók metszéspontját O, a párhuzamos és AD metszéspontja E, CB-vel való metszéspontja F, és legyen G az AB szakasz azon pontja, amelyre $CG \parallel AD$.

Az $AOB\triangle \sim COD\triangle$-ből $\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{a}{b}=\dfrac{m_a}{m_b}$; az EF és CG szakasz metszéspontját H-val jelölve, a $CGB\triangle \sim CHF\triangle$-ből $\dfrac{HF}{GB}=\dfrac{m_b}{m_a+m_b}$, innen $HF=GB\cdot\dfrac{m_b}{m_a+m_b}$.

$$EF=EH+HF=b+GB\cdot\frac{m_b}{m_a+m_b}=b+(a-b)\frac{b}{a+b}=\frac{2ab}{a+b}.$$

Az előbb kapott eredményt alkalmazzuk a feladatban adott derékszögű érintő trapézra. Így azt kell most igazolnunk, hogy

$$EF=\frac{2ab}{a+b}=m.$$

A trapézba írt kör sugara r, és $AD=2r=m$. Az érintőnégyszögben a szemközti oldalak összege egyenlő, azaz

$$CB+AD=CB+m=a+b,$$

ahonnan $CB=a+b-m$.

A BCG derékszögű háromszögben

$$(a+b-m)^2=(a-b)^2+m^2.$$

Négyzetreemelés és rendezés után kapjuk, hogy

$$m=\frac{2ab}{a+b},$$

s ezt akartuk bizonyítani.

Méder Áron (Budapest, Táncsics M. Gimn., II. o.t.)