Könnyen ellenőrizhetjük, hogy $n=1$ megoldása az egyenlőtlenségnek: $1^3-1<1!$, azaz $0<1$ igaz. Ugyanakkor az is igazolható, hogy $n=2$, 3, 4, 5 nem megoldás. A továbbiakban legyen $n\geq 6$.

Alakítsuk át szorzattá az egyenlőtlenség jobb és bal oldalán álló kifejezéseket.

$$n^3-n=n(n+1)(n-1), \qquad n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\dots\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n,$$

így egyszerűsítés után kapjuk, hogy

$$n+1<(n-2)! \tag{1}$$

Állítjuk, hogy ez az egyenlőtlenség minden $n\geq 6$ egészre teljesül, ugyanis

$$(n-2)!=1\cdot 2\cdot\dots\cdot(n-3)(n-2)>(n-2)(n-3),$$

és már az

$$n+1<(n-2)(n-3)$$

egyenlőtlenség is minden $n\geq 6$ esetén teljesül, hiszen $(n-2)(n-3)-(n+1)=n^2-6n+5=(n-1)(n-5)>0$.

Az egyenlőtlenség megoldásai tehát az $n=1$ és az $n\geq 6$.

Megyeri Csaba (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn., III. o.t.)