

Jelöljük a háromszög csúcsait a szokásos módon, és legyen  $AC = 126$ ,  $BC = 168$ , ekkor Pitagorasz tételéből  $AB = 210$ .

Az  $A$ -ból induló szögfelező messe a  $CB$  oldalt  $A_1$ -ben, a  $B$ -ből induló szögfelező talppontja  $B_1$ , a  $C$ -ből induló  $C_1$ . Az  $A_1B_1C_1$  háromszög területét akarjuk meghatározni.

Ismeretes, hogy a szögfelező a szemközti oldalt a közrezáró oldalak arányában osztja, pl.  $CA_1 : A_1B = AC : AB$ .  
Legyen  $CA_1 = x$ ,  $CB_1 = y$  és  $BC_1 = z$ , ekkor

$$x : (168 - x) = 126 : 210 \quad y : (210 - y) = 168 : 210 \quad \text{és} \quad z : (210 - z) = 168 : 126.$$

Innen  $x = 63$ ,  $y = 56$  és  $z = 120$ .

Az  $A_1B_1$  oldal hosszát könnyen kiszámíthatjuk az  $A_1B_1C$  derékszögű háromszögből:

$$A_1B_1 = \sqrt{63^2 + 56^2} = \sqrt{7105}.$$

A  $B_1C_1$ , illetve  $A_1C_1$  oldalt az  $AB_1C_1$ , illetve  $BA_1C_1$  háromszögekből koszinusztétellel számíthatjuk ki, ahhoz azonban ismernünk kell a  $CAB \sphericalangle = \alpha$  és  $CBA \sphericalangle = \beta$  koszinuszát.

Tudjuk, hogy  $\cos \alpha = \frac{126}{210}$ . Írjuk fel a  $B_1C_1$  oldalra a koszinusztételt:

$$(B_1C_1)^2 = 70^2 + 90^2 - 2 \cdot 70 \cdot 90 \cdot \frac{126}{210} = 5440,$$

innen  $B_1C_1 = \sqrt{5440}$ .

Hasonlóképpen a  $BA_1C_1$  háromszögből és  $\cos \beta = \frac{168}{210}$  értékéből

$$(A_1C_1)^2 = 105^2 + 120^2 - 2 \cdot 105 \cdot 120 \cdot \frac{168}{210} = 5265,$$

és  $A_1C_1 = \sqrt{5265}$ .

Végül a keresett terület

$$K = \sqrt{7105} + \sqrt{5440} + \sqrt{5265} \approx 230,61 \text{ egység.}$$

