Konstruálunk egy ilyen függvényt.

Legyen a_0, a_1, a_2, ... egy pozitív számokból álló, szigorúan monoton növő, 1-hez tartó sorozat, és legyen b_0, b_1, b_2, ... egy pozitív számokból álló, szigorúan monoton fogyó, 0-hoz tartó sorozat.

Legyen $f(0) = f(1) = 0$, $f(a_0) = b_0$, $f(a_{2n-1}) = b_n$ és $f(a_{2n}) = b_{n-1}$ minden n pozitív egészre, továbbá a $[0,\ a_0]$, $[a_0,\ a_1]$, $[a_1,\ a_2]$, ... intervallumokon a függvény legyen lineáris.

A függvénynek csak az $x = 1$ pontbeli féloldali folytonosságát vizsgáljuk, a többi pontban a folytonosság triviális. Tekintsünk egy tetszőleges pozitív ε-t. Mivel $b_n \to 0$, ehhez létezik olyan n_0, amelyre $b_{n_0} < \varepsilon$. Ha $a_{2n_0+1} < x < 1$, akkor a függvény definíciója miatt $0 < f(x) < b_{n_0} < \varepsilon$. A függvény tehát folytonos.

Most vizsgáljuk meg, melyik értékét hányszor veszi fel.

– A 0-t kétszer ($x = 0$ és $x = 1$);

– A b_0-t kétszer ($x = a_0$ és $x = a_2$);

– A b_n-et, ahol $n \geq 1$, négyszer (0 és a_0 között, $x = a_{2n-1}$-ben, a_{2n} és a_{2n+1} között, valamint $x = a_{2n+2}$-ben);

– A b_n és b_{n-1} közötti értékeket négyszer (0 és a_0 között, a_{2n-2} és a_{2n-1} között, a_{2n-1} és a_{2n} között, valamint a_{2n} és a_{2n+1} között).