A négyzet AB és CD oldalaira kifelé rajzoljuk meg az ABX és CDY háromszögeket úgy, hogy $AX = CY = \frac{15}{14}$ és $BX = DY = \frac{13}{14}$ legyen. Ilyen háromszögek léteznek, mert teljesülnek a háromszög-egyenlőtlenségek.

Ismeretes a Ptolemaiosz-tételnek az az általánosítása, hogy ha egy négyszög oldalai rendre a, b, c és d, átlói e és f, akkor $ac + bd \geq ef$, és egyenlőség akkor és csak akkor áll, ha a négyszög húrnégyszög. Alkalmazzuk ezt a tételt a $AXBP$ és $CYDQ$ négyszögekre:

$$\frac{13}{14}PA + \frac{15}{14}PB \geq XP,$$
$$\frac{13}{14}QC + \frac{15}{14}QD \geq QY.$$

Ezeket felhasználva

$$13(PA + QC) + 14PQ + 15(PB + QD) \geq 14(XP + PQ + QY) \geq 14XY,$$

és egyenlőség pontosan akkor áll, ha $AXBP$ és $CYDQ$ húrnégyszögek, továbbá P és Q (ugyanilyen sorrendben) rajta van az XY szakaszon, azaz ha P és Q nem más, mint az XY szakasz és az ABX, illetve CDY háromszög köré írt kör metszéspontja.

Legyen az ABX háromszög X-ből induló magasságának R, A CDY háromszög Y-ból induló magasságának S a talppontja. Könnyen ellenőrizhető, hogy $XR = YS = \frac{12}{14}$, $AR = CS = \frac{9}{14}$ és $BR = DS = \frac{5}{14}$. A Pitagorasz-tétel alapján

$$XY = \sqrt{(XR + AD + SY)^2 + (AR - DS)^2} = \frac{1}{7}\sqrt{365}$$

és

$$13(PA + QC) + 14PQ + 15(PB + QD) \geq 14XY = 2\sqrt{365} > 38.$$

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.)