Sajnálatos módon a feladat szövege nem zárta ki a nulla többszörös nyilvánvaló esetét, ami azonban nem okozott félreértést a megoldók között.

Megmutatjuk, hogy igenlő a válasz a kérdésre. Legyen α a szóban forgó irracionális szám, amelyről feltehetjük, hogy pozitív. Kiindulási ötletünk az, hogy ha két pozitív többszörös megegyezik az n-edik tizedesjegyében, akkor nemnegatív különbségük n-edik jegye 0 vagy 9. Valóban, legyenek $k \le l$ olyan egészek, amelyekre $k\alpha$ és $l\alpha$ megegyezik az n-edik tizedesjegyben, más szóval

$$[10^n k\alpha] \equiv [10^n l\alpha] \pmod{10}.$$

Ekkor a valós számok körében könnyen ellenőrizhető

$$[x] - [y] - 1 < [x - y] \le [x] - [y]$$

egyenlőtlenséget az előző kongruenciával egybevetve kapjuk, hogy

$$[10^n (k - l)\alpha] \equiv 0 \ \text{ vagy } \ 9 \pmod{10}.$$

Mivel a bal oldal nemnegatív, éppen azt kaptuk, hogy a nemnegatív $(k - l)\alpha$ különbség n-edik tizedesjegye 0 vagy 9.

Ezek után a skatulya-elv kétszeri alkalmazásával érünk célba. Először is, mivel egy adott helyen álló tizedesjegy értéke egy számban csak 10-féle lehet, ezért minden n-hez található olyan $1 \le k_n < l_n \le 11$ egész számpár, amelyre $k_n\alpha$ és $l_n\alpha$ megegyezik az n-edik tizedesjegyében. Másodszor, a (k_n, l_n) párokat egy véges, $\binom{11}{2}$ elemű halmazból válogattuk, ezért kell lennie egy (k, l) párnak, amely végtelen sokszor szerepel. Ekkor $k\alpha$ és $l\alpha$ tizedestört alakja végtelen sok jegyben megegyezik, azaz a fenti észrevétel alapján $(k - l)\alpha$ olyan többszöröse α-nak, amelynek jegyei között végtelen sokszor szerepel 0 vagy 9.

Ezzel a feladatot megoldottuk.

Frenkel Péter (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A megoldók többféle módon jutottak el a fenti válaszig, de a skatulya-elv felhasználása mindegyiküknél lényeges volt.