$$\frac{n^2-1995^2}{n^2-1994^2}=\frac{(n-1995)(n+1995)}{(n-1994)(n+1994)},$$

így tetszőleges $1995<k\le l$ egészekre:

$$\prod_{n=k}^{l}\frac{n^2-1995^2}{n^2-1994^2}=\frac{\prod\limits_{n=k}^{l}(n-1995)}{\prod\limits_{n=k}^{l}(n-1994)}\cdot\frac{\prod\limits_{n=k}^{l}(n+1995)}{\prod\limits_{n=k}^{l}(n+1994)}=\frac{(k-1995)(l+1995)}{(l-1994)(k+1994)}$$

Tehát minden $\dfrac{(k-1995)(l+1995)}{(l-1994)(k+1995)}$ alakú szám előáll véges sok $\dfrac{n^2-1995^2}{n^2-1994^2}$ alakú szám szorzataként. Legyen m tetszőleges pozitív egész, és

$$k=3989m+1994,\qquad l=3989\cdot(3989m^2+3988m-1)+1994$$

(ekkor az $1995<k\le l$ feltétel teljesül). Ezt behelyettesítve:

$$\frac{(k-1995)(l+1995)}{(l-1994)(k+1994)}=$$

$$=\frac{(3989m-1)}{3989(3989m^2+3988m-1)}\cdot\frac{3989\cdot(3989m^2+3988m-1)+3989}{3989m+3988}=$$

$$=\frac{(3989m-1)m}{3989m^2+3988m-1}=\frac{m}{m+1}.$$

Tehát minden $\dfrac{m}{m+1}$ alakú szám előáll. Tetszőleges $0<\dfrac{p}{q}<1$ racionális számra

$$\frac{p}{q}=\frac{p}{p+1}\cdot\frac{p+1}{p+2}\cdot\ldots\cdot\frac{q-1}{q}.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy tetszőleges 0 és 1 közötti racionális számot megkaphatunk $\dfrac{n^2-1995^2}{n^2-1994^2}$ alakú számok szorzataként. Másrészt $0<\dfrac{n^2-1995^2}{n^2-1994^2}<1$ és racionális, ilyen számok szorzata nyilván csak 0 és 1 közötti racionális szám lehet.

Gyarmati Katalin (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.)