

Vezessük be az *ábrán* látható segédpontokat. Feltehető, hogy a P_5 négyzet oldalára $A_2D_2 = 1$ teljesül, valamint legyen $D_1D_2 = x$ és $C_1C_2 = y$. Ezek segítségével fogjuk igazolni, hogy a négy terület egyenlőségéből következik az, hogy $ABCD$ négyzet.

Felírva P_2 területét: $T = x(1 + y)$. Ekkor $T_{P_2} = T_{P_3}$ alapján $x(1 + y) = y \cdot C_1B$, amiből $C_1B = \frac{x + xy}{y} = \frac{x}{y} + x$, valamint $B_1B_2 = C_1B - 1 = \frac{x}{y} + x - 1$. A $T_{P_2} = T_{P_4}$ összefüggésből

$$AB_1 = \frac{x + xy}{B_1B_2} = \frac{x + xy}{\frac{x}{y} + x - 1} = \frac{xy + y^2}{x + xy - y}$$

és

$$(1) \quad A_1A_2 = \frac{xy + xy^2}{x + xy - y} - 1 = \frac{xy^2 - x + y}{x + xy - y}.$$

Végül $T_{P_1} = T_{P_2}$ alapján:

$$(2) \quad A_1A_2 = \frac{x + xy}{1 + x}.$$

Összevetve, majd átalakítva (1)-et és (2)-t:

$$\begin{aligned} \frac{xy^2 - x + y}{x + xy - y} &= \frac{x + xy}{1 + x}, \\ xy^2 - x + y + x^2y^2 - x^2 + xy &= x^2 + x^2y + x^2y + x^2y^2 - xy - xy^2, \\ 0 &= x - y + 2x^2y - 2xy^2 + 2x^2 - 2xy = (x - y)(1 + 2xy + 2x). \end{aligned}$$

Mivel x és y pozitívak, azért $1 + 2xy + 2x \neq 0$, így szükségképpen $x = y$ teljesül. Ekkor viszont $CD = A_1A_2 + 1 + y = \frac{x + xy}{1 + x} + 1 + y = \frac{x + x^2}{1 + x} + 1 + x = 1 + 2x$, valamint $AD = x + 1 + B_1B_2 = x + 1 + \frac{x}{y} + x - 1 = 1 + 2x$, tehát $AD = CD$, és így $ABCD$ valóban négyzet.

