A keletkező 3 rész közül a két gömb metszete két egybevágó gömbszeletből áll. Ha a gömbszeletek magassága m, alapkörének sugara pedig r, akkor együttes térfogatuk $2 \cdot \frac{\pi}{6} m(3r^2 + m^2)$.

Ha most az egyik egységsugarú gömböt vizsgáljuk, annak a metszetbe eső, illetve azon kívüli részének térfogata megegyezik. A két térfogat összege éppen a gömb térfogata, ezért külön-külön mindegyik annak a fele. Az egységsugarú gömb térfogatának fele $\frac{2\pi}{3}$, így kapjuk a

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot m(3r^2 + m^2) \tag{1}$$

egyenletet.

Jelöljük a két gömb középpontjának távolságát $2a$-val. Az *ábra* alapján – amelyik a gömböknek egy olyan síkkal való metszetét ábrázolja, amely sík mindkét középpontot tartalmazza – nyilvánvaló, hogy

$$m = 1 - a \qquad \text{és} \qquad r = \sqrt{1 - a^2}.$$

Ezeket beírva az (1) egyenletbe, majd rendezve azt:

$$a^3 - 3a + 1 = 0. \tag{2}$$

Ennek az egyenletnek kell meghatároznunk a $(0;1)$ intervallumba eső gyökeit. Ha $0 < a < 1$, akkor van (pontosan egy) olyan γ hegyesszög, amelyre $\cos\gamma = \frac{a}{2}$. A (2) egyenletbe $a = 2\cos\gamma$-t helyettesítve:

$$8\cos^3\gamma - 6\cos\gamma + 1 = 0 \tag{3}$$

adódik. Ismert, hogy $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$, ezért (3)-t írhatjuk

$$2\cos 3\gamma + 1 = 0$$

alakban is. Tehát $\cos 3\gamma = -\frac{1}{2}$. Ebből az egyenletből $\gamma = \frac{4\pi}{9}$ (figyelembe véve, hogy $\frac{\pi}{3} < \gamma < \frac{\pi}{2}$).

Így a keresett távolság, $O_1O_2 = 2a = 4\cos\frac{4\pi}{9} \approx 0,695$.

Megjegyzés. Mivel a harmadfokú egyenletek megoldása nem szerepel a középiskolai tanagyagban, ezért teljes megoldásnak fogadtuk el a (2) egyenlet bármilyen közelítő, vagy grafikus megoldását is.