Legyen XYZ egy olyan szabályos háromszög, amelynek XY oldala C-re, YZ oldala A-ra, ZX oldala pedig B-re illeszkedik. Mivel a szabályos háromszögek egymáshoz hasonlóak, ezért XYZ területe akkor a lehető legnagyobb, ha oldala – pl. YZ – a lehető legnagyobb.

Mivel Z-ből az AB szakasz $60°$-os szögben látszik, ezért Z rajta van az AB szakaszhoz tartozó $60°$-os látóköríven. Ugyanígy Y rajta van az AC szakaszhoz tartozó $60°$-os látóköríven, A két látókörívet tartalmazó körök A-tól különböző metszéspontja legyen P. Mivel ABC hegyesszögű, ezért P az ABC háromszög belső pontja (*1. ábra*), továbbá $APB\sphericalangle = 180° - AZB\sphericalangle = 120°$, $APC\sphericalangle = 180° - AYC\sphericalangle = 120°$, és ezért $BPC\sphericalangle = 360° - APB\sphericalangle - APC\sphericalangle = 120°$. ($P$ az ABC háromszög ún. *izogonális* pontja, az a pont, amelyből a háromszög mindhárom oldala ugyanakkora szögben látszik.)

Megmutatjuk, hogy YZ akkor maximális, ha merőleges AP-re.

Legyenek Y_1Z_1 az AP-re merőleges, Y_2Z_2 pedig egy AP-re nem merőleges, A-n átmenő szakaszok, amelyek végpontjai az AC, illetve az AB szakasznak $60°$-os látókörívén vannak (*2. ábra*).
Ekkor $AY_1P\sphericalangle = AY_2P\sphericalangle$ és $AZ_1P\sphericalangle = AZ_2P\sphericalangle$, mivel azonos íven nyugvó kerületi szögek. Emiatt a Z_1Y_1P és a Z_2Y_2P háromszögek hasonlóak. Mivel $PAY_1\sphericalangle = 90°$, ezért PY_1 a kör átmérője, tehát $PY_1 > PY_2$ (ugyanígy PZ_1 is átmérő a másik látókörben). Hasonló háromszögekben a megfelelő oldalak aránya megegyezik, így $Y_1Z_1 > Y_2Z_2$.

Ezek alapján a szerkesztést a következőképpen végezhetjük: Az AB és az AC oldalakra – kifelé – szabályos háromszögeket szerkesztünk, majd a háromszögek körülírt köreit is megszerkesztjük. A két kör A-tól különböző metszéspontja P. Az AP-re A-ban állított merőleges és a két kör második metszéspontjai Y és Z. A ZB és YC egyenesek metszéspontja X. Az így szerkesztett XYZ háromszög szabályos, mert $AYC\sphericalangle = AZB\sphericalangle = 60°$ (a szerkesztés miatt), ezért $BXC\sphericalangle$ is $60°$-os. Területe a lehető legnagyobb, mert a fenti bizonyításból következik, hogy YZ hossza maximális.

Megjegyzés. Egyszerűen belátható, hogy $XZ \perp PB$ és $XY \perp PC$ is teljesül, tehát a szerkesztés során az A csúcsnak csak látszólag volt kitüntetett szerepe.

Formanek Csaba (Szeged, Radnóti M. Gimn. III. o.t.) dolgozata alapján