

Az a) rész kérdésére a következő állítás fogja a választ szolgáltatni: bármelyik korongot megfordíthatjuk anélkül, hogy a többi színe megváltozna. Ebből ugyanis az következik, hogy tetszőleges helyzet elérhető, bármilyen elrendezésből induljunk is ki.

Mivel $\frac{1995-1}{2} > 94$, azért mindegyik korong mellett van – valamelyik irányban – legalább 94 korong. Fordítsuk meg a kiválasztott korongtól valamelyik oldalra levő 94 korongot, majd azt az $5 \times 19 = 95$ -öt, amely a kiválasztottat és az előbb forgatott 94-et tartalmazza. Látható, hogy ezáltal csak annak az egynek változott meg a színe, s ezzel az állítást beláttuk.

Lássuk, mi a helyzet a b) részt illetően. Mivel $95 = 5 \cdot 19$, elegendő csak a 19-es forgatásokat tekinteni: egy 95-ös ugyanis helyettesíthető öt szomszédos 19-es forgatással.

Minden forgatás-sorozatot egy 1977 elemű 0–1 sorozattal fogunk leírni, a következő módon: $(a_1, a_2, \dots, a_{1977})$ jelentse azt a forgatás-sorozatot, amelyben az i -edik, $(i+1)$ -edik, \dots , $(i+18)$ -edik korongokból álló 19-est páros sokszor forgattuk meg, ha $a_i = 0$, és páratlan sokszor, ha $a_i = 1$. Minthogy egy korong végső színét csak a forgatások számának paritása határozza meg, valamint a forgatások sorrendje is lényegtelen, ezért a megengedett forgatásokkal legfeljebb annyiféle elrendezés valósítható meg, mint az 1977 elemű 0–1 sorozatok száma. Mivel ilyen sorozatból 2^{1977} -féle van (hiszen mindegyik a_i 0 vagy 1 lehet), azért egy tetszőleges helyzetből indulva – mondjuk a csupa pirosból – legfeljebb 2^{1977} -féle helyzetbe juthatunk el. Korong-elrendezésből viszont 2^{1995} -féle van: mindegyik korong vagy piros, vagy kék. Tehát van olyan elrendezés, amit nem kaphatunk meg, s mivel a forgatások visszafelé is elvégezhetők, azért egy ilyen állásból indulva nem kapható meg a csupa pirosból álló elrendezés.

Megadunk azért egy konkrét felállást is, amiből nem érhetjük el a csupa pirosból álló helyzetet: legyen az utolsó korong kék, a többi piros. Tegyük fel, hogy ebből az állásból mégis elérhető a csupa piros sorozat. Nézzük meg, hogy hányszor fordítottuk meg az első korongot: azt csak az első 19 átforgatásával lehet mozdítani, s minthogy a színe nem változott, összesen páros sokszor lett átfordítva. Mivel a sorrend nem számít, és két megegyező egymás utáni forgatás minden korongot helybenhagy, azért feltehető, hogy ez a páros számú forgatás nullát jelent. Az első 19 korongot tehát nem fordítottuk meg, s a továbbiak szempontjából az elsőt el is hagyhatjuk. Ezután ugyanez elmondható a 2., 3., \dots , 1997-edik korongról is, ami viszont azt jelenti, hogy az 1995-ödiket sem fordítottuk át, tehát a színe kék maradt, ami ellentmondás.

Ezzel ismét beláttuk, hogy a b) rész esetén a válasz nemleges. (Ugyanezzel a gondolatmenettel az is belátható, hogy a megoldásban szerepelt megféleltetés az elérhető elrendezések és az 1997 hosszúságú 0–1 sorozatok között kölcsönösen egyértelmű, vagyis nemcsak legfeljebb, hanem *pontosan* 2^{1977} -féle elrendezés állítható elő egy kiindulási helyzetből.)

Hasonlóan kezelhető a következő, általánosabb eset is: ha legalább $2 \cdot \max(m, n)$ korong van, és $(m, n) = 1$, akkor bármilyen állást elérhetünk. Egyedül annyit kell még felhasználni, hogy az $(m, n) = 1$ feltétel miatt léteznek olyan egész számok, amelyekkel $am + bn = 1$ áll, s ekkor a darab m -es és b darab n -es szomszédos forgatás fogja pontosan egy korong színét megcserélni. Ha pedig $(m, n) \neq 1$, akkor nem minden helyzet vihető át a csupa pirosba.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o.t.) és *Hangya Balázs* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o.t.)

dolgozata alapján