Belátjuk, hogy minden pozitív egész esetén

$$1,5a_n \le a_{n+1} \le 2a_n \tag{1}$$

teljesül. A jobb oldali egyenlőtlenség belátására teljes indukciót alkalmazunk. Az $n = 1$ és $n = 2$ esetben az állítás könnyen ellenőrizhető. Tegyük föl ezek után, hogy (1)-et már igazoltuk n-re, és lássuk be ebből $n + 1$-re is.

Mivel az a_n sorozat szigorúan monoton növő, azért $a_{n+1} = a_n + a_{n-1} < a_n + a_n = 2a_n$, ezzel (1) jobb oldalát beláttuk. Ennek alapján $a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \ge a_n + 0,5a_n = 1,5a_n$, ami a bal oldali egyenlőtlenség érvényességét mutatja. Ezzel állításunkat beláttuk.

Ebből viszont nyilvánvalóan következik, hogy

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n} - \frac{a_{k+1}}{a_k}\right| \le \frac{1}{2} < 1,$$

amivel a feladat állításánál többet is igazoltunk.

Pethő Anita (Kazincbarcika, Ságvári E. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján