Mivel $x+y+z=0$, a három szám között biztosan van két olyan, amelyek szorzata nemnegatív. Az egyenlőtlenség szimmetriája miatt feltehetjük, hogy $xy \geq 0$. A háromszög-egyenlőtlenség szerint $0<c<a+b$. Ezért

$$c^2xy \leq (a+b)^2xy. \tag{1}$$

A bizonyítandó egyenlőtlenséget $z=-(x+y)$ felhasználásával a következő módon írhatjuk:

$$a^2yz+b^2zx+c^2xy=-a^2xy-a^2y^2-b^2x^2-b^2xy+c^2xy \leq 0.$$

Vagyis:

$$c^2xy \leq a^2xy+a^2y^2+b^2x^2+b^2xy.$$

Ehelyett (1) miatt elegendő belátnunk, hogy

$$(a+b)^2xy \leq a^2xy+a^2y^2+b^2x^2+b^2xy.$$

A bal oldalon elvégezve a négyzetreemelést, majd rendezve az egyenlőtlenséget, kapjuk a

$$0 \leq a^2y^2+b^2x^2-2abxy=(ay-bx)^2$$

egyenlőtlenséget, ami nyilvánvalóan igaz.

Ezzel a feladat állítását beláttuk. A felhasznált háromszög-egyenlőtlenség szigorú volta miatt egyenlőség csak akkor állhat, ha x, y, z valamelyike nulla. Ha például $x=0$, akkor $a^2yz=0$-ból y vagy z nulla, ekkor viszont a harmadik szám is nulla. Egyenlőség tehát csak a triviális $x=y=z=0$ esetben áll fenn.