I. megoldás. Feltehetjük, hogy a $CAIJ$ paralelogramma az AC egyenesnek ugyanazon az oldalán van, mint az ABC háromszög, mert a paralelogramma területe nem függ attól, hogy az egyenesek melyik oldalára rajzoljuk. Az AI, illetve CJ párhuzamos és egyenlő BH-val, ezért az $ABHI$, illetve a $BCJH$ négyszögek is paralelogrammák, tehát I, illetve J illeszkedik a HE, illetve HF egyenesekre (*1. ábra*).

Az $ABDE$ paralelogramma területe megegyezik az $ABHI$ paralelogramma területével, mert AB oldaluk közös, és az ehhez az oldalhoz tartozó magasságaik egyenlők. Ugyanígy, $BCFG$ területe megegyezik $BCJH$ területével. Az ABC háromszög egybevágó az IHJ háromszöggel, ezért $CAIJ$ területe egyenlő a $CBAIHJ$ hatszög területével. E hatszög viszont éppen az $ABHI$ és a $BCJH$ paralelogrammák „összeragasztásával" keletkezett, tehát területe nyilván ezek területének összege.

II. megoldás. A vektoriális szorzat tulajdonságait használva látjuk be az állítást. Tudjuk, hogy

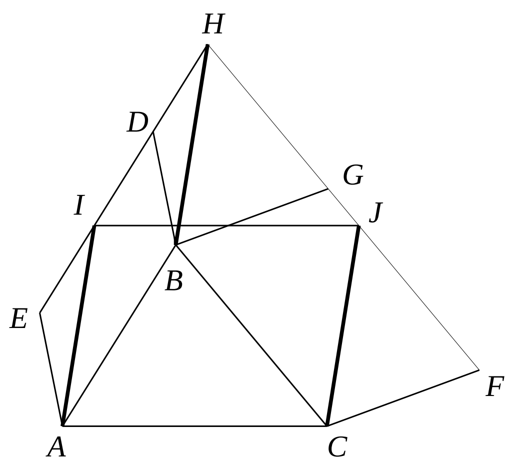
$$T_{CAIJ} = \left|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{CJ}\right|, \qquad T_{ABDE} = \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BD}\right| \quad \text{és} \quad T_{BCFG} = \left|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BG}\right|.$$

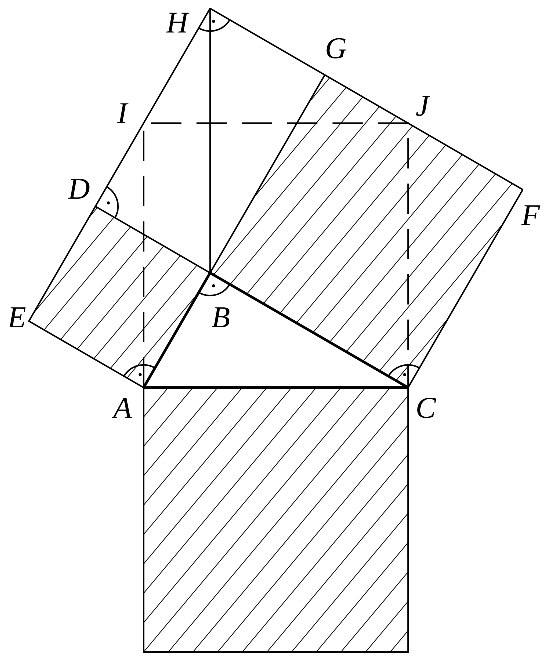
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BD}$ és $\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BG}$ egyirányú vektorok, ezért hosszaik összege egyenlő összegük hosszával. Felhasználva az *1. ábra* alapján nyilvánvaló vektoregyenlőségeket, valamint azt, hogy párhuzamos vektorok vektoriális szorzata 0:

$$\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BD}\right| + \left|\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BG}\right| = \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BG}\right| =$$
$$= \left|\overrightarrow{AB} \times \left(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HD}\right) + \overrightarrow{BC} \times \left(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HG}\right)\right| =$$
$$= \left|\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BH}\right) + \left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{HD}\right) + \left(\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BH}\right) + \left(\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{HG}\right)\right| =$$
$$\left|\left(\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BH}\right) + \left(\overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BH}\right)\right| = \left|\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) \times \overrightarrow{BH}\right| = \left|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BH}\right| = \left|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{CJ}\right|.$$

Tehát $T_{ABDE} + T_{BCFG} = T_{CAIJ}$.

Megjegyzés. Ha az ABC háromszögben B-nél derékszög van, továbbá $ABDE$ és $BCFG$ négyzetek, akkor a DBH háromszög egybevágó az eredeti ABC háromszöggel (*2. ábra*), ezért $CAIJ$ is négyzet. Ebben a speciális esetben feladatunk állítása éppen *Pitagorasz tétele*.




H
G
I
J
D
F
E
B
A
C