

Jelöljük RS és FB metszéspontját H -val, k középpontját O -val, PQ , illetve RS felezőpontját pedig F_1 -gyel, illetve F_2 -vel (1. ábra). A PQF és az SRF háromszögek hasonlók, mert $\angle PQF = \angle SRF$ és $\angle QPF = \angle RSF$ (egy ívhez tartozó kerületi szögek). Ezért a két háromszögben a megfelelő oldalak aránya megegyezik, így

$$\frac{FQ}{QP} = \frac{FR}{RS},$$

amiből

$$\frac{FQ}{FR} = \frac{QP}{RS} = \frac{QF_1}{RF_2}.$$

Vagyis az F_1FQ és az F_2FR háromszögek is hasonlók, mert megegyeznek két oldal arányában és az azok által bezárt szögben. Tehát $\angle QF_1F = \angle RF_2F$. Jelöljük ezt a szöveget α -val.

Egy kör húrjának felezőpontját a kör középpontjával összekötő egyenes merőleges a húrra, ezért $\angle OF_1N = \angle OFN = \angle OF_2H = \angle OFH = 90^\circ$. Így az $OFNF_1$ és az $OFHF_2$ négyszögek húrnégyszögek. Ezekben a húrnégyszögekben viszont $\angle NOF = \angle NF_1F = \alpha$, illetve $\angle HOF = \angle HF_2F = \alpha$. Tehát az NOF és a HOF háromszögek megegyeznek egy oldalban (OF) és a rajta lévő két szögben (90° , illetve α), ezért a két háromszög egybevágó, azaz $NF = FH$.

Ebben a bizonyításban kihasználtuk, hogy O és F különböző pontok. Ha $O \equiv F$ (2. ábra), akkor az O -ra vonatkozó szimmetria miatt nyilvánvaló, hogy $NF = FH$.

Tehát az RS egyenes mindenképpen felezi az FB szakaszt.

Szépszó Gabriella (Bonyhád, Petőfi S. Evang. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Teljesen hasonló módon látható be, hogy ha N nem negyedelőpont, hanem tetszőleges pont az AF szakaszon, akkor is teljesül, hogy $NF = FH$. Ezt a tételt – az 1. ábrán látható, hogy miért –, *pillangó tételnek* nevezik.

