Megmutatjuk, hogy létezik két nem egybevágó hegyesszögű háromszög, amelyek megegyeznek a szárakban és a beírható körök sugaraiban.

Legyen az ABC egyenlő szárú háromszög BC alapjának felezőpontja F, a háromszög beírt körének sugarát pedig jelöljük r-rel. Legyen $FAB\sphericalangle = FAC\sphericalangle = \alpha$. A háromszög pontosan akkor hegyesszögű, ha $\alpha < 45^\circ$. Feladatunk ekvivalens annak a kérdésnek az eldöntésével, hogy AB és r aránya egyértelműen meghatározza-e α-t. Fejezzük ki az $\frac{AB}{r}$ arányt α segítségével. Az ABF háromszögben F-nél derékszög van, ezért $AF = AB \cdot \cos\alpha$ és $BF = AB \cdot \sin\alpha$. Ha tehát az ABC háromszög területét T jelöli, akkor $T = AB^2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$. A területet kifejezhetjük a beírható kör sugarának segítségével is:

$$T = r \cdot \frac{AB + BC + CA}{2} = r(AB + BF) = r \cdot AB(1 + \sin\alpha).$$

E két egyenlőségből kapjuk, hogy

$$\frac{AB}{r} = \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}. \tag{1}$$

Azt akarjuk megmutatni, hogy van két különböző pozitív, de 45°-nál kisebb α, amelyekre az (1) kifejezés értéke egyenlő. Ez pontosan akkor teljesül, ha az $\alpha \mapsto \frac{1 + \sin\alpha}{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}$ függvény a $(0^\circ, 45^\circ)$ intervallumon nem szigorúan monoton (mivel a függvény ezen az intervallumon nyilvánvalóan folytonos). A függvénytáblázat adatait használva – négy jegyre kerekítve – kapjuk, hogy

$$\frac{1 + \sin 36^\circ}{\cos 36^\circ \cdot \sin 36^\circ} = 3,339, \quad \frac{1 + \sin 38^\circ}{\cos 38^\circ \cdot \sin 38^\circ} = 3,330 \quad \text{és} \quad \frac{1 + \sin 40^\circ}{\cos 40^\circ \cdot \sin 40^\circ} = 3,336.$$

Tehát a függvény nem monoton. (Ezt közelítő értékek használata nélkül, a derivált vizsgálatával is beláthatjuk.) Ezért, ha például $\frac{AB}{r} = 3,335$, akkor legalább két lehetőség van α-ra, az egyik 36° és 38° közt, a másik pedig 38° és 40° között.

Így beláttuk, hogy két hegyesszögű, egyenlő szárú háromszög nem feltétlenül egybevágó, ha megegyeznek a szárakban és a beírható körök sugarában.

Rozmán András (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján