

Legyen A olyan hallgató, akinek n ismerőse jár ugyanarra az egyetemre, jelölje ezeket A_1, A_2, \dots, A_n . Mivel A és A_i ismerik egymást, így ugyanannyi $n - 1$ ismerősük van. Tehát A_i és A_j ismerőseinek a száma is megegyezik, következésképpen ők is ismerik egymást. Ez azt jelenti, hogy A, A_1, \dots, A_n közül mindenki ismeri a másikat, másról viszont senkit sem: akkor ugyanis egyiküknek n -nél több ismerőse lenne.

Ezek szerint az egyetem hallgatóit 1 vagy több csoportba oszthatjuk úgy, hogy egy csoporton belül mindenki ismeri egymást, azon kívül pedig senkit sem. Az így létrehozott csoportok között nem fordulhat elő két ugyanakkora méretű, hiszen akkor a két csoportban lévőknek ugyanannyi ismerőse lenne, s nem lennének külön csoportban.

Tegyük föl ezután, hogy nincs olyan hallgató, akinek legalább 62 ismerőse van. Ez azt jelenti, hogy egy csoport legfeljebb 62 hallgatóból áll. Mivel egy adott létszámú csoportból nem lehet egynél több, így az egyetemnek legfeljebb

$$1 + 2 + \dots + 61 + 62 = \frac{62 \cdot 63}{2} = 1953 < 1995$$

hallgatója van, ami ellentmondás. Van tehát olyan tanuló, aki legalább 62 másikat ismer.

Az azonban már nem feltétlenül teljesül, hogy valaki 63-at is ismer: legyen ugyanis a csoportok létszáma rendre 1, 2, 3, ..., 19, 20, 22, 23, ..., 62, 63. Ezek összege

$$(1 + 2 + \dots + 63) - 21 = \frac{63 \cdot 64}{2} - 21 = 1995,$$

ugyanakkor senkinek sincs 62-nél több ismerőse. Ezzel a feladat mindkét részét megoldottuk.

Fejős Ibolya (Szekszárd, Garay J. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján