Mivel $0 \leq x_i \leq 1$, azért

$$x_i^2 \leq x_i. \tag{1}$$

Ezt i szerint összegezve: $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2 \leq x_1+x_2+\cdots+x_n$. Elég tehát azt igazolni, hogy $(x_1+x_2+\cdots+x_n+1)^2 \geq 4(x_1+x_2+\cdots+x_n)$. Ennek belátásához vezessük be az $S = x_1+x_2+\cdots+x_n$ jelölést. Ezzel a bizonyítandó egyenlőtlenség így írható:

$$(S+1)^2 \geq 4SS^2-2S+1 \geq 0(S-1)^2 \geq 0.(2)$$

Az utolsó egyenlőtlenség nyilvánvaló, amiből gondolatmenetünk alapján következik az állítás.

Vizsgáljuk meg az egyenlőség feltételeit! (1)-nél ez csak akkor lehet, ha $x_i = 0$ vagy 1; (2)-nél pedig akkor, ha $S = 1$. Ez együttvéve azt jelenti, hogy a számok között van egy egyes és a többi nulla.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 8. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A „nulla és egy közé eső valós számok” feltételt értelmezhetjük esetleg úgy, hogy $0 < x_i < 1$, ekkor nem állhat fönn egyenlőség.