

Vezessük be az

$$y^2 = x^2 + 19x + 95$$

jelölést. Az így nyert egyenletből fejezzük ki x -et:

$$(1) \quad x_{1,2} = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \cdot (95 - y^2)}}{2} = \frac{-19 \pm \sqrt{4y^2 - 19}}{2}.$$

A feltételek szerint x, y egészek, ami csak úgy lehetséges, ha $\sqrt{4y^2 - 19}$ is az, vagyis $4y^2 - 19$ négyzetszám. Értékét z^2 -tel jelölve (ahol z nemnegatív egész),

$$4y^2 - z^2 = 19(2y + z)(2y - z) = 19.$$

Itt y, z egészek, ezért $2y+z$ és $2y-z$ is osztója 19-nek, azaz lehetséges értékeik: $\pm 1, \pm 19$. Mivel $z \geq 0$, így $2y+z \geq 2y-z$. Ezek szerint $2y+z$ értéke 19 vagy -1 . Ezt a két esetet végigszámolva:

$$2y + z$$

$$= 19$$

$$2y - z$$

$$= 1$$

$$\Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5, z = 9$$

$$2y + z = -12y - z = -19 \Rightarrow 4y = -20 \Rightarrow y = -5, z =$$

$$9. \quad \text{Visszahelyettesítve(1) - be, } x = \frac{-19 \pm \sqrt{4 \cdot 5^2 - 19}}{2} = \frac{-19 \pm \sqrt{81}}{2} =$$

$\langle -5 - 14. \text{Ez aktsz mvalban megfelel, sagondolatmenet mutatja, hogymnem lehetsges.} \rangle$

Penkalo Alex (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Egy másik megoldási módszer lehet a következő. Az $x^2 + 19x + 95 = (x + 9)^2 + x + 14 = (x + 10)^2 - x - 5$ összefüggés mutatja, hogy $x > -5$ esetén $(x + 9)^2 < x^2 + 19x + 95 < (x + 10)^2$, míg $x < -14$ mellett $(x + 10)^2 < x^2 + 19x + 95 < (x + 9)^2$. Ennek alapján csak $x = -14, -13, \dots, -5$ lehet, amiből pedig csak a két szélső bizonyul jónak.

Juhász András (Fővárosi Fazekas M. Ált. Isk. és Gimn., 8. o.t.) dolgozata alapján