s az x, $y+\dfrac{1}{x}$, $\dfrac{1}{y}$ számok legkisebbike, ezért

$$s \le x, \qquad s \le y+\frac{1}{x}, \qquad s \le \frac{1}{y} \qquad \text{(és legalább egy helyen egyenlőség áll).}$$

Az első és a harmadik egyenlőtlenség reciprokából ($x>0$, $y>0$ miatt s szintén pozitív)

$$\frac{1}{x} \le \frac{1}{s}, \qquad y \le \frac{1}{s}.$$

Ezeket a másodikba helyettesítve

$$s \le y+\frac{1}{x} \le \frac{1}{s}+\frac{1}{s}=\frac{2}{s},$$

vagyis (ismét $s>0$ alapján)

$$s^2 \le 2 \qquad \text{tehát} \qquad s \le \sqrt{2}.$$

Vizsgáljuk meg, hogy felveheti-e s ezt az értéket, és ha igen, mikor. Látható, hogy egyenlőség esetén

$$y+\frac{1}{x}=s, \qquad \frac{1}{x}=\frac{1}{s}, \qquad y=\frac{1}{s},$$

így $x=\sqrt{2}$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Ekkor viszont valóban egyenlőség áll:

$$x=\frac{1}{y}=y+\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}.$$

Makai Márton (Debrecen, Fazekas M. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az $x_1=x$, $x_2=\dfrac{1}{y}$ jelöléssel (x_1, $x_2>0$)

$$s=\min\left(x_1, x_2, \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right).$$

Hasonlóan képezhető tetszőleges pozitív $x_1, \ldots, x_n$ számokból

$$s_n=\min\left(x_1, x_2, \ldots, x_n, \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\cdots+\frac{1}{x_n}\right)$$

is, és a fenti megoldás mintájára egyszerűen igazolható, hogy s_n legnagyobb lehetséges értéke $\sqrt{n}$, és ezt az $x_1=x_2=\cdots=x_n=\sqrt{n}$ esetben veszi föl.

Németh Balázs (Bp., Szent István Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján