Az A, B, C halmazokat ábrázoljuk Venn-diagrammal, az egyes halmazrészekbe írt változók (x_1, x_2, …, x_7) jelöljék az oda eső elemek számát. Írjuk föl a feltételeket csak ezek segítségével:

$|A| = x_1 + x_4 + x_6 + x_7 = 400, (1) |B| = x_2 + x_4 + x_5 + x_7 = 300, (2) |C| = x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 400, (3) |A \cap B| = x_4 + x_7 = 50, (4$

(5)-ből $x_6 = 100 - x_7$, (4)-ből $x_4 = 50 - x_7$. Ezeket (3)-ba helyettesítve

$$400 = x_3 + x_5 + 100 - x_7 + x_7 = 100 + x_3 + x_5,$$

azaz

(6) $$x_3 = 300 - x_5.$$

(2)-ből

$$300 = x_2 + 50 - x_7 + x_5 + x_7 = x_2 + x_5 + 50,$$

vagyis

(7) $$x_2 = 250 - x_5.$$

Végül (1) alapján

$$400 = x_1 + 50 - x_7 + 100 - x_7 + x_7 = 150 + x_1 - x_7,$$

így

(8) $$x_1 = 250 + x_7.$$

Sikerült tehát x_5 és x_7 segítségével az összes többi változót kifejeznünk. Az, hogy ezek mindegyikének nemnegatív egésznek kell lennie, a következő feltételeket jelenti x_5-re és x_7-re:

$0 \le x_7$; (5)-ből $100 \ge x_7$; $0 \le x_5$; (4)-ből $50 \ge x_7$; (6)-ból $300 \ge x_5$; (7)-ből $250 \ge x_5$; (8)-ból $-250 \le x_7$; x_5, x_7 egészek.

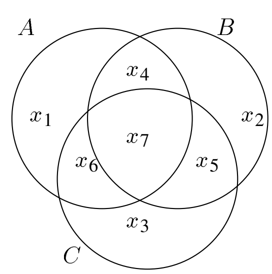
Összefoglalva, $0 \le x_7 \le 50$, $0 \le x_5 \le 250$ és egészek.

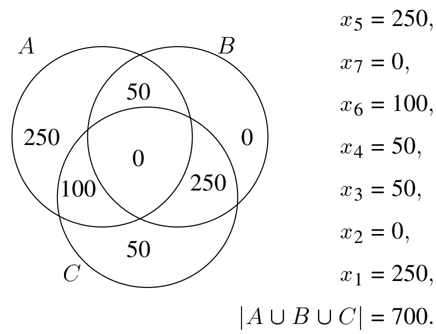
Ugyanakkor

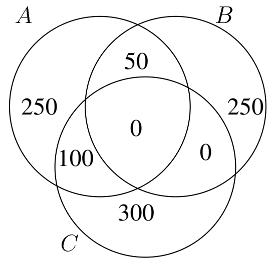
$$|A \cup B \cup C| = x_1 + x_2 + \dots + x_7 == 250 + x_7 + 250 - x_5 + 300 - x_5 + 50 - x_7 + x_5 + 100 - x_7 + x_7 = 950 - x_5,$$

így ez akkor maximális, ha x_5 minimális, és fordítva. Tehát $700 \le |A \cup B \cup C| \le 950$, és az egyenlőségekre a *2.* és *3. ábra* mutat példát.

Deli Tamás (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján







$$
\begin{aligned}
x_5 &= 0,\\
x_7 &= 0,\\
x_6 &= 100,\\
x_4 &= 50,\\
x_3 &= 300,\\
x_2 &= 250,\\
x_1 &= 250,\\
|A \cup B \cup C| &= 950.
\end{aligned}
$$