$c=0$ esetén $b=-a$ szolgáltatja az összes megoldást. Az $a=0$ ($b=0$) esetben $c=b$ ($c=a$) adja a megoldásokat. Egyébként feltehető, hogy a, b, c egyike sem 0. Így $\sqrt[3]{c}$-vel oszthatunk; és ekkor a $\sqrt[3]{u}+\sqrt[3]{v}=1$ egyenlethez jutunk, ahol $u=\dfrac{a}{c}$ és $v=\dfrac{b}{c}$ racionális számok. Az

$$u+v=\left(\sqrt[3]{u}+\sqrt[3]{v}\right)\left(\sqrt[3]{u}^2-\sqrt[3]{u}\cdot\sqrt[3]{v}+\sqrt[3]{v}^2\right)$$

összefüggés alapján $\sqrt[3]{u}^2-\sqrt[3]{u}\cdot\sqrt[3]{v}+\sqrt[3]{v}^2=u+v$ ugyancsak racionális. Itt $\sqrt[3]{v}$ helyébe $\left(1-\sqrt[3]{u}\right)$-t írva $\sqrt[3]{u}$-ra egy racionális együtthatós másodfokú egyenlet adódik. Eszerint $\sqrt[3]{u}=p+\sqrt{q}$ alakú, alkalmas p, q racionális számokkal. Ebből köbre emeléssel és rendezéssel a

$$(*)\qquad \left(3\cdot p^2+q\right)\cdot\sqrt{q}=u-p^3-3p\cdot q$$

egyenlőséghez jutunk. Mivel a négyzetgyökjel alatt nem állhat negatív szám, ezért pozitív q esetén $(3p^2+q)\neq 0$. Ekkor a $(*)$ alatti egyenlőség szerint $\sqrt{q}$ racionális. Persze ez csak akkor igaz, ha $q=0$. Ebből pedig azonnal következik $\sqrt[3]{u}$ és $\sqrt[3]{v}$ racionalitása is. Az eredeti egyenletnek tehát csak $a=c\cdot e^3$, $b=c\cdot f^3$ lehetnek az összes további megoldásai, ahol még $e+f=1$ is teljesül. Ezután c-t úgy kell választani, hogy mind $a=c\cdot e^3$, mind $b\cdot f^3$ egészek legyenek. Ezek adják az összes további megoldást.

Megjegyzések. 1. Lényegesen nehezebben, de bebizonyítható az is, hogy az $\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{c}$ egyenlet egész megoldásai mindig $a=a_1^n\cdot d$, $b=b_1^n\cdot d$, $c=c_1^n\cdot d$ alakúak, ahol a_1, b_1, c_1, d_1 tetszőleges egész számok. Ezeket triviális megoldásoknak nevezhetjük.

Az is belátható, hogy általában a

$$(**)\qquad c_1=\sqrt[n_1]{a_1}+c_2\cdot\sqrt[n_2]{a_2}+\cdots+c_k\sqrt[n_k]{a_k}=0$$

alakú egyenletnek csak „triviális” megoldásai vannak az egész számok körében a_i-kre. Itt azért van szükség a c_i együtthatókra, mert különben például a $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ egyenlőség ki lenne zárva. Egyébként pedig ez az általánosabb eset; és ha ennek csak triviális megoldásai vannak, akkor minden egyes speciális esetben is csak triviális megoldás létezik.

Az nem világos még, hogy mit értsünk triviális megoldáson. Ugyanis meg kell engedni például olyan eseteket is, mint $\sqrt[9]{8}+\sqrt[9]{-8}+\sqrt{9}+\sqrt[3]{-27}=0$. Ennek analógiájára a triviális megoldást úgy értelmezhetjük, hogy a $(**)$-beli összeget csoportosítjuk. Egy-egy csoporton belül minden egyes gyökkitevő „redukálható” ($\sqrt[9]{8}$ és $\sqrt[9]{-8}$ esetében a kitevő valójában 3; $\sqrt{9}$ és $\sqrt[3]{-27}$ esetében a kitevő valójában 1). Most már minden csoporton belül ugyanaz az n kitevő szerepel; s a fellépő számok $a_i=(a_i')^n\cdot b$ alakúak, egész a_i-kkel és b-vel; továbbá csoporton belül szereplő indexekre a $\sum c_i\cdot a_i=0$ teljesül.

2. A beküldők közül többen megfeledkeztek azoknak az eseteknek a diszkutálásáról, amikor valamelyik ismeretlen 0, ők 4 pontot kaptak.