Az érintett kör középpontja legyen O, az érintő körök középpontja O_1, O_2, O_3, O_4. Használjuk az *ábra* további jelöléseit. Nyilvánvaló, hogy az O körüli $3r$ sugarú kör mind az öt kört tartalmazza, de $3r$-nél kisebb sugarú O középpontú kör már nem jó. Megmutatjuk, hogy $3r$-nel kisebb sugarú kör más középponttal sem felel meg. Nézzük pl. az O_1OO_2 szögtartományt. Ez a szög legalább 60°, és mivel rajta kívül még három ilyen szögtartomány van, nem nagyobb, mint 180°. Tegyük fel, hogy létezik egy O' pont, amely köré rajzolható olyan $3r$-nél kisebb sugarú kör, amely mind az öt kört tartalmazza. Mivel $O \neq O'$, azért van olyan O_iOO_{i+1} szögtartomány ($i = 1, \ldots, 4$, $O_5 = O_1$), amelynek O' egy O-tól különböző pontja. Legyen ez az $O_2OO_3\sphericalangle$. Tegyük fel egyelőre, hogy O' a szögtartomány belső pontja. Ezzel a szögtartománnyal nem szomszédos az $F_1OF_4\sphericalangle$, ami az előbbiek szerint nem nagyobb 180°-nál. Ezért $F_4OO'\sphericalangle + F_1OO'\sphericalangle \geq 180^\circ$, tehát az itt szereplő két szög egyike legalább derékszög. Tegyük fel, hogy $F_1OO' \geq 90^\circ$. Ekkor az F_1OO' háromszögben F_1O' a legnagyobb oldal, és mivel $F_1O = 3r$, $F_1O' > 3r$. Ez ellentmondás.

Tekintsük ezután azt az esetet, amikor O' illeszkedik az őt tartalmazó szögtartomány egyik szárára. Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy $O' \in OF_2$. Ha az $F_4OF_2\sphericalangle = 180^\circ$, akkor $O'F_4 > OF_4 = 3r$, ha pedig $F_4OF_2\sphericalangle \neq 180^\circ$, akkor az F_4OO' háromszögben az $F_4OO'\sphericalangle$ legalább 120°, ezért az F_4O' oldal a legnagyobb, és most is $F_4O' > F_4O = 3r$. Megint ellentmondáshoz vezetett az a feltevés, hogy van olyan O' pont, amely köré rajzolható $3r$-nél kisebb sugarú, az öt kört tartalmazó kör. Tehát a legkisebb kör sugara $3r$.

Siket István (Szeged, Ságvári E. Gimn., IV. o.t.)

Megjegyzések. 1. *Szobonya László* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.) a következőt igazolta: ha egy r sugarú O középpontú kör köré $\dfrac{\pi}{2 \cdot \arcsin(R/(r+R))} + 1$ felső egészrészének megfelelő számú, közös belső pont nélküli R sugarú érintő köröket rajzolunk, akkor az összes kört tartalmazó legkisebb kör középpontja O, sugara $r + 2R$. Ebből is következik feladatunk állítása.

2. A feladat gömbökre: bebizonyítható, hogy ha egy r sugarú gömböt érint legalább kilenc r sugarú közös belső pont nélküli gömb, akkor az összes gömböt tartalmazó legkisebb gömb sugara $3r$.