

Ismeretes, hogy a háromszög s_a súlyvonalára $s_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$. Ebből $s_a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2}$. A koszinusztétel szerint $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$, amiből $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} = bc \cdot \cos \alpha$. Ezért $s_a^2 - \frac{a^2}{4} = bc \cdot \cos \alpha$. Hasonló összefüggéseket nyerhetünk a bizonyítandó egyenlőtlenség bal oldalán szereplő többi nevezőre. Így az igazolandó állítás ekvivalens a következővel:

$$\frac{2t}{bc \cdot \cos \alpha} + \frac{2t}{ac \cdot \cos \beta} + \frac{2t}{ab \cdot \cos \gamma} \geq 3\sqrt{3}.$$

Tekintve, hogy a háromszög területe $t = \frac{bc \cdot \sin \alpha}{2}$, a bal oldal első tagja $\frac{2t}{bc \cdot \cos \alpha} = \frac{bc \cdot \sin \alpha}{bc \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$. A bal oldal másik két tagját ugyanígy átalakítva azt kell bizonyítanunk, hogy $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma \geq 3\sqrt{3}$.

Ezt az egyenlőtlenséget lapunkban már több helyütt igazoltuk, pl. az **F. 3008.** feladatban két módon is. Egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha $\alpha = \beta = \gamma$, tehát amikor a háromszög szabályos.

Lakatos Roland (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., IV. o.t.) dolgozata alapján