

Legyen a táblázat i -edik sorának j -edik oszlopába írt szám $a_{i,j}$. Jelölje $K_{i,j}$ annak a 2×2 -es és $H_{i,j}$ annak a 3×3 -as résztáblázatnak az összegét, amelynek bal felső sarka az i -edik sor j -edik eleme, azaz

$$K_{i,j} = a_{i,j} + a_{i,j+1} + a_{i+1,j} + a_{i+1,j+1}, H_{i,j} = a_{i,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j+2} + a_{i+1,j} + a_{i+1,j+1} + a_{i+1,j+2} + a_{i+2,j} + a_{i+2,j+1} + a_{i+2,j+2}.$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy

$$\begin{aligned} H_{1,1} + H_{1,2} + H_{2,1} + H_{2,2} &= a_{11} + a_{14} + a_{41} + a_{44} + \\ &+ 2(a_{12} + a_{13} + a_{21} + a_{24} + a_{31} + a_{34} + a_{42} + a_{43}) + 4(a_{22} + a_{23} + a_{32} + a_{33}) = \\ &= K_{1,1} + K_{1,2} + K_{1,3} + K_{2,1} + K_{2,2} + K_{2,3} + K_{3,1} + K_{3,2} + K_{3,3}. \end{aligned}$$

A feltételek szerint a bal oldalon álló összeg pozitív, tehát legalább az egyik $K_{i,j}$ -nek szintén pozitívnak kell lennie.

Megjegyzés. A megoldás könnyen általánosítható. Ha a táblázat legalább $m + n - 1$ sorból és oszlopból áll, továbbá minden $m \times m$ -es résztáblázatban pozitív a számok összege, akkor van olyan $n \times n$ -es résztáblázat, amelyben ugyancsak pozitív a számok összege. A bizonyítás alapja a következő azonosság:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \left(\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n a_{i+k-1, j+l-1} \right) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{k+i-1, l+j-1} \right).$$

(Valójában csak a tagok átrendezéséről van szó.) A bal oldalon $n \times n$ -es, a jobb oldalon pedig $m \times m$ -es táblázatok összegeit adjuk össze.