Használjuk az *ábra* jelöléseit. Az AA_iA_{i+1} háromszög oldalai: A_iA_{i+1}, a_i és a_{i+1}, a körülírt kör középpontja O, az A_iA_{i+1} oldalhoz tartozó magasság b_i. A háromszög területét kétféleképpen fölírva:

$$\frac{a_i \cdot a_{i+1} \cdot A_iA_{i+1}}{4R} = \frac{A_iA_{i+1} \cdot b_i}{2},$$

amiből

$$\frac{a_i^2}{b_i} = 2R\frac{a_i}{a_{i+1}}.$$

Ezért a számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség szerint ($a_{n+1} = a_1$)

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \cdots + \frac{a_n^2}{b_n} = 2R\left(\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \cdots + \frac{a_n}{a_1}\right) \geq 2nR\sqrt[n]{\frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{a_2}{a_3} \cdot \cdots \cdot \frac{a_n}{a_1}} = 2nR.$$

Egyenlőség csak $\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \cdots = \frac{a_n}{a_1}$, azaz $a_1 = a_2 = \cdots = a_n$ esetben állhatna fenn. Ez azt jelentené, hogy A egybeesik O-val, ami lehetetlen. Így a feladat állításánál valamivel élesebb állítást igazoltunk, azt, hogy

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \cdots + \frac{a_n^2}{b_n} > 2nR.$$

Braun Gábor (Budapest, Szent István Gimn., III. o.t.)   *Elek Péter* (Budapest, Árpád Gimn., IV. o.t.)