

A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség alapján

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^8} + \frac{1}{x^{12}} \geq 4\sqrt[4]{\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^6} \cdot \frac{1}{x^8} \cdot \frac{1}{x^{12}}} = \frac{4}{|x|^7} \geq \frac{4}{x^7},$$

vagyis a bal oldalon mindig nemnegatív szám áll.

Egyenlőség akkor áll fenn, ha a közepekben szereplő négy szám egyenlő:  $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^6} = \frac{1}{x^8} = \frac{1}{x^{12}}$ , azaz  $|x| = 1$ , és  $x$  pozitív. Az egyetlen megoldás tehát  $x = 1$ .