Rendezzük át az egyenletet a következőképpen:

$$[5x]=[3x]+2[x]+1;\,[5x]-5[x]=[3x]-3[x]+1;\,[5(x-[x])]=[3(x-[x])]+1;\,[5\{x\}]=[3\{x\}]+1.$$

($\{x\}$ az x törtrészét jelöli.)

Legyen $a=[3\{x\}]$. Tekintve, hogy $0\le 3\{x\}<3$, az a lehetséges értékei 0, 1 és 2. Egy bizonyos a-ra azok az x-ek megfelelők, amelyekre

$$a\le 3\{x\}<a+1 \text{ és } a+1\le 5\{x\}<a+2,$$

vagyis

$$\frac{a}{3}\le\{x\}<\frac{a+1}{3}\quad\text{és}\quad\frac{a+1}{5}\le\{x\}<\frac{a+2}{5}.$$

Ezeket felírva a lehetséges értékeire, a $\{x\}$ lehetséges értékeinek halmaza

$$\left(\left[0;\frac{1}{3}\right)\cap\left[\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right)\right)\cup\left(\left[\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)\cap\left[\frac{2}{5};\frac{3}{5}\right)\right)\cup\left(\left[\frac{2}{3};1\right)\cap\left[\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)\right)=$$
$$=\left[\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right)\cup\left[\frac{2}{5};\frac{3}{5}\right)\cup\left[\frac{2}{3};\frac{4}{5}\right).$$

($[p,q)$ a p kezdő- és q végpontú, balról zárt, jobbról nyílt intervallumot jelöli.)

Végül az egyenlet megoldáshalmaza:

$$\bigcup_{k\in\mathbf{Z}}\left(\left[k+\frac{1}{5};k+\frac{1}{3}\right)\cup\left[k+\frac{2}{5};k+\frac{3}{5}\right)\cup\left[k+\frac{2}{3};k+\frac{4}{5}\right)\right).$$

Braun Gábor (Budapest, Szent István Gimn., III. o. t.)