Használjuk az *ábra* jelöléseit. Mivel a Q és P pontok a CF szakaszt három egyenlő részre osztják, a C és F pontoknak a beírt körre vonatkozó hatványa egyenlő. Ezért a CM és FN érintszakaszok egyenlők, ábránkon x nagyságúak. Az $AN = AM = y$ jelöléssel $AF = FB = x + y$, és így a B-ből húzott érintőszakaszok egyenlősége révén $BL = 2x + y$. A $CQ = QP = PF = z$ jelöléssel, a C-ből húzott érintőszakaszra és szelődarabokra vonatkozó tétel szerint $x^2 = z \cdot 2z$, amiből $z = \dfrac{x}{\sqrt{2}}$ és $CF = \dfrac{3x}{\sqrt{2}}$.

Ezután a feladatot úgy fogjuk megoldani, hogy a koszinusztétel és területképletek segítségével kiszámítjuk x-et és y-t. Alkalmazzuk a koszinusztételt az AFC és BFC háromszögekre:

$$(x+y)^2 = \frac{9x^2}{2} + (x+y)^2 - 2 \cdot \frac{3x}{\sqrt{2}}(x+y)\cos\alpha,$$
$$(3x+y)^2 = \frac{9x^2}{2} + (x+y)^2 - 2 \cdot \frac{3x}{\sqrt{2}}(x+y)\cos(180^\circ - \alpha).$$

A két egyenletet összeadva:

$$(x+y)^2 + (3x+y)^2 = 9x^2 + 2(x+y)^2, \quad \text{ebből} \quad x^2 = 4xy,$$

és mivel $x \neq 0$, $x = 4y$. Ezután a háromszög oldalai $AC = 5y$, $BC = 13y$, $AB = 10y$, és a félkerület $s = 14y$. Az ABC háromszög területét kétféleképpen fölírva:

$$3 \cdot \sqrt{2} \cdot 14y = \sqrt{14y \cdot y \cdot 9y \cdot 4y}, \qquad \text{amiből} \qquad y = \sqrt{7}.$$

Az oldalak $AC = 5\sqrt{7}$, $BC = 13\sqrt{7}$, $AB = 10\sqrt{7}$.

Bujdosó Ildikó (Bp., Veres Péter Gimn., IV. o.t.) és *Nagy Margit* (Vörösmarty M. Gimn., III. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A közölt megoldásból csak az derül ki, hogy *ha létezik* a feladat követelményeit kielégítő háromszög, akkor annak oldalai csak $5\sqrt{7}$, $13\sqrt{7}$, $10\sqrt{7}$ lehetnek. Könnyű számolással meggyőződhetünk azonban arról, hogy e háromszög beírt köre valoban három egyenlő részre vágja a CF súlyvonalat.