I. megoldás. Jelöljük a húrok metszéspontját M-mel, és legyen $AM=1$ egység. Tükrözzük a CD húrt az AB felező merőlegesére (*1. ábra*). Nyilván $CDD'C'$ egy téglalap, és ezért $DD'=CC'=MM'=4$. Mivel a hosszabbik AB köríven a D pont van, az AD ív fele a DB ívnek. A tükrözés folytán az AD ív és a BD' ív egyenlő, ezért előbbi megjegyzésünket is figyelembe véve $AD=BD'=DD'=4$. Az elmondottakból következik, hogy az $ADC'C$ négyszögben $AD=CC'=4$, és ennek a húrnégyszögnek a DC' oldala a kör egy átmérője. Ezért ez a négyszög szimmetrikus DC' felező merőlegesére. De akkor az ADC és a $CC'A$ háromszögek egybevágók, amiért területük egyenlő: $\frac{CD\cdot 1}{2}=\frac{4\cdot CM}{2}$. Ebből következik, hogy $CD=4\cdot CM$, amiből $MD=3\cdot CM$, tehát $CM:MD=1:3$.

Pap Júlia (Debrecen, Fazekas M. Gimn, I. o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás. Legyen az $AOD\sphericalangle=\alpha$. A második feltétel szerint $BOD\sphericalangle=2\alpha$, és így $AOB\sphericalangle=360^\circ-3\alpha$ (lásd *2. ábra*). A kerületi és középponti szögek összefüggése alapján $ABD\sphericalangle=\frac{\alpha}{2}$, $BCD\sphericalangle=\alpha$, $ADB\sphericalangle=180^\circ-\frac{3}{2}\alpha$. A húrok merőlegességéből következik, hogy $ABC\sphericalangle=ADC\sphericalangle=90^\circ-\alpha$. Ezután belátjuk, hogy a BCD háromszög egyenlő szárú. $CDB\sphericalangle=180^\circ-\frac{3}{2}\alpha-(90^\circ-\alpha)=90^\circ-\frac{\alpha}{2}$, $CBD\sphericalangle=\frac{\alpha}{2}+(90^\circ-\alpha)=90^\circ-\frac{\alpha}{2}$, amiből valóban következik, hogy $CB=CD=c+d$. Legyen most is $AM=1$. Az AMD és CMB háromszögek hasonlóságából $\frac{1}{d}=\frac{c}{5}$, amiből $c=\frac{5}{d}$. A CMB háromszögre a Pitagorasz-tételt alkalmazva $c^2+5^2=(c+d)^2$, majd fölhasználva, hogy $c=\frac{5}{d}$, $d=\sqrt{15}$ adódik.

A keresett arány $c:d=\frac{5}{\sqrt{15}}:\sqrt{15}=1:3$.

Bakos Péter (Eger, Szilágyi E. Gimn., III. o.t.)

Megjegyzés: Többen trigonometriai ismeretek felhasználásával oldották meg a feladatot.