A háromszög területe $t = r \cdot s$, ahol r a beírt kör sugara, s pedig a félkerület. Mivel $r = 1$, azért $t = s$. A Heron-képletet is felhasználva:

$$s = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)},$$

amiből

$$s = (s-a)(s-b)(s-c).(1) Innen 8s = (2s-2a)(2s-2b)(2s-2c).(2)$$

Mivel a, b, c egész számok, $2s$ is egész, és pl. $2s-2a$ paritása ugyanaz, mint $2s$ paritása. Ugyanezt elmondhatjuk (2) jobb oldalának minden tényezőjéről. Tekintve, hogy (2) bal oldala páros, a jobb oldali tényezők is párosak, tehát az $x = s-a$, $y = s-b$, $z = s-c$ egész számok. Figyelembe véve, hogy $s-a+s-b+s-c = s$, az (1) egyenlet így alakul:

(3) $$x + y + z = x \cdot y \cdot z.$$

Feltehetjük, hogy x, y, z közül z a legnagyobb, és ekkor

$$x + y + z \leq 3z.(4) Ha$$

x,y,$zmindegyikelegalbb2lenne, akkorx \cdot y \cdot z \geq 4z.(5) A(3), (4) s(5) sszefggsekbl$3z$\geq 4z$, ami $z > 0$ miatt ellentmondás. Ezért x, y, z közül legalább az egyik 1. Feltehetjük, hogy $x = 1$, és ekkor (3)-ból $1+y+z = y \cdot z$, azaz $(y-1)(z-1) = 2$. Mivel y és z pozitív egészek és $z \geq y$, $y = 2$ és $z = 3$. Így $s = 6$ és $a = 5$, $b = 4$, $c = 3$.

A Pitagorasz-tétel megfordítása szerint a háromszög derékszögű, és a Thalész-tétel szerint a körülírt kör sugara az átfogó hosszának fele, vagyis $\frac{5}{2}$.

Könnyen ellenőrizhető, hogy a 3, 4, 5 oldalú háromszög beírt körének sugara valóban 1 egység.

Valkó Benedek (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., IV. o.t.)