Vizsgáljuk meg azt a halmazt, ahova a gömb középpontja eshet. Azt kell bizonyítanunk, hogy ez a halmaz nem üres.

Annak feltétele, hogy a gömb téglatest belsejébe essen, az, hogy a középpont annak a $8 \times 8 \times 4$ egységnyi élű téglatestnek a belsejében legyen, amelynek lapjai az eredeti téglatest belsejében, annak lapjaitól 1–1 egységnyi távolságra helyezkednek el (*1. ábra*). Ennek a téglatestnek a térfogata $8 \cdot 6 \cdot 4 = 192$ egység.

Egy kocka és a gömb akkor nyúlnak egymásba, ha a gömb ***középpontja*** a kocka valamelyik pontjától 1 egységnél kisebb távolságra van. Az ilyen pontok halmaza egy „legömbölyített” élű és sarkú kocka, amelyet a *2. ábrán* vázoltunk.

Ez a test úgy keletkezik, hogy a kocka minden lapjára kifelé egy újabb kockát illesztünk, éleihez egy-egy egységnyi magas, egységnyi sugarú negyedhengert, csúcsaihoz egy-egy egységnyi sugarú nyolcadgömböt. Térfogata ezek szerint

$$7 + 12 \cdot \frac{\pi}{4} + 8 \cdot \frac{\frac{4\pi}{3}}{8} = 7 + \frac{13\pi}{3}.$$

A $8 \times 6 \times 4$ méretű téglatestből el kell hagynunk azokat a pontokat, amelyeket a kilenc tiltott test valamelyike tartalmaz. A testek térfogatának összege $9 \cdot \left(7 + \frac{13\pi}{3}\right) = 63 + 39\pi < 192$, tehát a megmaradó halmaz térfogata biztosan pozitív. Ha pedig pozitív a térfogata, akkor nem lehet üres, tehát a gömb középpont elhelyezhető.

Megjegyzés. Hangsúlyozzuk, hogy a megoldásban szereplő tiltott „testekbe” maga a gömb behatolhat, csak a középpontja nem.